

**UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID**

**FACULTAD DE PSICOLOGÍA**

**Fundamentos Biologicos de la personalidad**



**TESIS DOCTORAL**

## **Discalculias escolares**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR  
PRESENTADA POR

**Julio Antonio González García**

**Madrid, 2015**

Julio Antonio González García

TP  
1985  
058



\* 5 3 0 9 8 6 0 5 5 5 \*

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

X-53-079416-8

DISCALCULIAS ESCOLARES

Fundamentos biológicos de la personalidad  
Facultad de Psicología  
Universidad Complutense de Madrid  
1983



BIBLIOTECA

Colección Tesis Doctorales. N<sup>o</sup>

58/83

© Julio Antonio González García  
Edita e imprime la Editorial de la Universidad  
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía  
Noviciado, 3 Madrid-8  
Madrid, 1983  
Xerox 9200 XB 480  
Depósito Legal: M-5404-1983

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

-Facultad de Psicología-

-1981-

DISCALCULIAS ESCOLARES

Por: Julio Antonio González García

Tesis Doctoral en Psicología bajo  
la dirección del Dr. D. DIONISIO  
PEREZ Y PEREZ, Director del Depar-  
tamento de Fundamentos Biológicos  
de la personalidad (Universidad de  
Salamanca).





## INDICE GENERAL

	<u>Página</u>
I. PRESENTACION Y JUSTIFICACION . . . . .	7
II. FUNDAMENTACION TEORICA . . . . .	31
1. Dinámica del desarrollo en general.	32
2. Génesis de las estructuras del pen- samiento . . . . .	47
A. El nivel senso-motor . . . . .	47
-Primeras estructuras . . . . .	56
-Proceso de descentración . . . . .	71
-El objeto permanente: su forma- ción . . . . .	72
B. Etapa pre-operatoria: Acción-re- presentación-descentración . . . . .	84
-La función simbólica . . . . .	87
-La imagen mental . . . . .	101
C. Las operaciones concretas . . . . .	114

	<u>Página</u>
D. El número y las nociones operato- rias implicadas en el mismo . . . . .	123
III. ANALISIS DE LAS TECNICAS UTILIZADAS	
Y DESCRIPCION DE LA MUESTRA . . . . .	144
1. Presentación y análisis de las téc- nicas e instrumentos utilizados. .	144
Pruebas complementarias. . . . .	166
a) Aspectos relacionados con la nume- ración. . . . .	167
b) Operaciones básicas. . . . .	168
c) Comprensión de los conceptos mate- máticos. . . . .	172
2. Descripción de la muestra. . . . .	173
3. Análisis de los resultados. . . . .	177
<u>GRUPO A</u> : Niños con problemas de nivel mental.	178
1. Nivel mental. . . . .	180
2. Examen del perfil psicomotor. .	186
3. Dificultades y fallos concretos	

	<u>Página</u>
en el aprendizaje de las matemáticas. . . . .	187
4. Características y dinámica de la personalidad. . . . .	201
<u>GRUPO B:</u> Niños discalculicos y disléxicos. .	203
1. Nivel mental. . . . .	203
2. Examen del perfil psicomotor. . .	209
3. Dificultades más frecuentes en el aprendizaje de las matemáticas. .	216
4. Características de la dinámica personal. . . . .	227
<u>GRUPO C:</u> Niños con problemas de índole diversa. . . . .	229
1. Nivel mental. . . . .	230
2. Examen del perfil psicomotor. . .	232
3. Dificultades más frecuentes en el aprendizaje de las matemáticas. .	237
4. Características de la dinámica personal. . . . .	244
Resumen y conclusiones generales . .	251

Página

## IV. PSICOMOTRICIDAD Y CALCULO . . . . . 257

## A. Desarrollo psicomotor y psicomatemático. 257

El Esquema corporal . . . . . 275

La actividad tónica . . . . . 281

Las conductas motrices de base . . . . . 286

Las conductas perceptivo-motrices . . . . 293

a) Estructuración espacial . . . . . 293

b) Estructuración temporal . . . . . 302

Lateralidad . . . . . 311

## B. Acción - lenguaje - simbolización . . . 322

## V. NOCIONES BASICAS Y RAZONAMIENTO MATEMATICO. 346

1. El aprendizaje de las nociones básicas . 346

2. Nivel subjetivo de las nociones propio-  
ceptivas . . . . . 353

3. Nivel objetivo de las nociones . . . . . 359

a) Nociones espaciales . . . . . 359

b) Nociones temporales . . . . . 368

Página

-Noción de velocidad . . . . .	372
-Noción de duración . . . . .	373
-Noción de sucesión . . . . .	374
-Noción de ritmo . . . . .	375

c) Nociones específicas implicadas en el concepto de número . . . . .	380
--	-----

-Noción de cantidad . . . . .	381
-Noción de Conservación . . . . .	382
-Noción de Correspondencia . . . . .	392
-Noción de clasificación . . . . .	393
-Noción de seriación . . . . .	397

VI. OPERACIONES CONCRETAS Y OPERACIONES MATE- MATICAS . . . . .	406
--	-----

a) Noción general de operación . . . . .	406
b) Operaciones básicas . . . . .	414
c) La noción de problema y su valor forma- tivo . . . . .	424

VII. EL CALCULO EN LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EN LA ENSEÑANZA MODERNA DE LAS MATEMATICAS. . .	440
--	-----

	<u>Página</u>
1. Enseñanza tradicional y cálculo. .	440
2. Matemática moderna y cálculo. . .	447
3. Orientaciones didácticas de las matemáticas . . . . .	459
RESUMEN Y CONCLUSIONES . . . . .	468
BIBLIOGRAFIA. . . . .	506

## I. PRESENTACION Y JUSTIFICACION

Actualmente son muy pocos los profesores de matemáticas, cualquiera que sea el nivel en que trabajan que se encuentren honestamente satisfechos del modo cómo transcurre su enseñanza. Efectivamente, son muchos los niños que sienten antipatía por las matemáticas -antipatía que suele aumentar con la edad- y muchos los que encuentran dificultades casi insuperables en las cuestiones más sencillas. Hay que reconocer que son muchos los niños que nunca logran comprender la significación real de los conceptos matemáticos. En el mejor de los casos, se convierten en consumados técnicos en el arte de manejar complicados conjuntos de símbolos, pero la mayor parte de las veces acaban por desistir de comprender las imposibles situaciones en que las exigencias matemáticas escolares de hoy les colocan.

Esto se ve confirmado en la evaluación de los resultados realizados por el Servicio de Inspección Técnica de Educación) (S.I.T.E.), en cuyo informe se pone de manifiesto que el mayor índice de fracasos en la E.G.B. se produce en el área de Matemáticas y Ciencias



(42% en los centros estatales y un 38% en los no estatales) (1).

La actitud más corriente consiste, simplemente en esforzarse en "aprobar el examen" tras lo cual nadie dedica a las matemáticas ni un solo pensamiento más. Las matemáticas suelen considerarse como algo lleno de dificultades y trampas, desligado de la realidad y, por lo tanto sin ningún tipo de atractivo ni interés para el niño, exceptuando casos aislados. Esto se comprueba, sobre todo, en los primeros cursos en los que la asignatura de matemáticas resulta de las más áridas y que menos motivación presenta para los niños. El interés por las matemáticas no suele aparecer hasta la adolescencia que es cuando el alumno ya puede comprenderlas y entrar en ellas.

Analizando las razones que explican este hecho, una de ellas se encuentra en la organización de la enseñanza durante los primeros cursos escolares. En estos se otorga un lugar preponderante al aprendizaje del lenguaje oral y escrito; y en la práctica, se comprueba que el éxito escolar está influenciado por este hecho básico. De ahí que los fracasos y las dificulta-

---

(1) Vida Escolar, nº 177-178, marzo-abril, 1976.

des en el cálculo en estos primeros cursos apenas tienen relevancia y no se les presta atención hasta que resulta imposible seguir el aprendizaje.

Otra de las razones estaría ligada al modo tradicional de la enseñanza del cálculo y de las matemáticas que tenía como objetivo fundamental la adquisición de los mecanismos fundamentales del cálculo, al menos en los comienzos, aunque sin tener en cuenta la evolución psicológica del niño y el nivel de desarrollo de sus estructuras intelectuales. Lo cual hace que la asignatura resulte poco atractiva al no ajustarse a las posibilidades e intereses del niño, resultando como algo totalmente desconectado de la realidad, de la vida y sin aplicación práctica.

Al principio no se le da importancia y las dificultades del niño evolucionan, en muchas ocasiones, de forma latente pasando desapercibidas al compensar, por el rendimiento, en otras áreas las posibles deficiencias en el cálculo. Sin embargo, las dificultades, exista o no el elemento compensador, se manifiestan más adelante cuando el niño se van enfrentando con problemas cada vez más complejos, que requieren la adquisición de las nociones y conceptos previos de un modo claro y conciso.

En cada uno de los niveles con que se encuentra el niño a medida que va progresando en el aprendizaje escolar se requiere no sólo captar el sentido y el proceso interno de cualquier operación o problema, sino también se precisa de un razonamiento lógico en el que los conceptos matemáticos se van exigiendo con toda nitidez dentro de unas estructuras - cada vez más complejas.

A la hora de concretar las causas motivantes de los fracasos específicos en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas existe una gran diversidad: falta de maduración, dificultades perceptivas, afectivas, incorrecta utilización de los métodos didácticos, escolaridad deficiente, etc. Esta pluralidad de causas concuerda con la amplia gama de funciones que entran en juego en dicho aprendizaje convirtiendo el mismo en uno de los más complejos de la tarea escolar.

Todo esto pone de manifiesto la complejidad del problema y de la dificultad a la hora de encontrar la etiología de las alteraciones en el aprendizaje de las matemáticas. Hechos que también pueden explicar, en parte, la diversidad de enfoques y opiniones que se ha dado a esta problemática y que se traduce en la utilización poco precisa de términos o de un mismo término, pero con distintas acepciones, como discalculia, -

disaritmética, acalculia, anaritmética, etc.

El primero en utilizar el término "acalculia" ha sido Henschen en 1919 para designar un trastorno - del cálculo, producido por una lesión focal del cerebro. Para este autor, este término tiene dos acepciones: en sentido amplio se refiere a la dificultad o trastorno en la lectura y escritura de las cifras. En este caso - estaría relacionada con las alteraciones de tipo disléxico. En sentido estricto la acalculia se refiere a los trastornos específicos en el cálculo, ya que se trata - de una dificultad para realizar operaciones matemáticas.

Más tarde diversos investigadores, especialmente neurólogos, han estudiado esta anomalía. Se trata en estas investigaciones de alteraciones para el - cálculo asociadas a una lesión cerebral, con frecuencia del lóbulo occipital.

En 1924 Gertsman describía la agnosia digital (dificultad para el reconocimiento de los dedos) y su asociación a una indistinción derecha-izquierda, a una agrafia, a una apraxia constructiva y a un trastorno en la función del cálculo. Este autor llama la atención sobre la interrelación existente entre el conocimiento de los dedos y el aprendizaje de los primeros - números.

En la misma línea de los trabajos de Gerts-  
mann están las investigaciones de Kleist, Guttman, -  
Singer , Low, Lange, Krapf, etc., todos ellos basados  
en la existencia de una lesión neurológica que trae co  
mo consecuencia trastornos en el aprendizaje del cálcu  
lo y de las matemáticas.

Según el tipo de trastornos que la acompañan,  
H. Berger ha clasificado la acalculia en primaria: -  
cuando el trastorno afecta específicamente al cálculo  
y en el que se da una lesión cerebral; secundaria: se  
da unida a trastornos del lenguaje (dislexia, desorien  
tación espacio-temporal, mala lateralidad, bajo nivel  
de razonamiento, etc... Es más frecuente que la acal-  
culia primaria.

Hécaen distingue tres tipos de acalculia:

- 1º. Caracterizado por una dificultad en el  
conocimiento de los signos numéricos y  
su utilización. En la mayoría de los -  
casos, se da unido a problemas de expre  
sión verbal, oral y escrita.
- 2º. Consiste en una dificultad para reali-  
zar las operaciones aritméticas (anarit-  
mética) es decir, se refiere a la difícil

tad en la adquisición en los automatismos para el cálculo propiamente dicho. En este tipo también se dan trastornos en el lenguaje y en la escritura y lectura de números.

- 3º. Se manifiesta en una dificultad para ordenar los números según una estructura es pacial. La denomina acalculia espacial y suele ir acompañada de una desorientación espacio-temporal y de apraxia constructiva.

Para Luria todos los procesos psicológicos - complejos - lenguaje oral, escrito, cálculo, resolución de problemas y procesos de memoria- constituyen un sis tema funcional. Ahora bien, este sistema funcional no puede localizarse en un área específica del tejido cerebral, aunque puede ser distribuido en un sistema com plejo de zonas de la corteza cerebral y de las estructuras subcorticales que cooperan en su acción. De esta manera cada una de las áreas contribuye a asegurar la acción del sistema funcional (2).

---

(2) LURIA, A.R.: Las funciones corticales superiores - del hombre. Ed. Orbe, La Habana, 1977, pág. 32 y ss.

La alteración de un área determinada del cerebro afecta al sistema funcional, de manera que según las características del trastorno se puede determinar qué área se encuentra alterada. Sin embargo, como en muchos casos la localización de la lesión no es posible con los métodos de la neurología, Luria aconseja el recurrir a los análisis de los trastornos desde un punto de vista psicológico o psicofisiológico analizando cualitativamente el defecto específico, se puede llegar a la determinación de la lesión.

En este sentido, Luria en la obra citada va analizando la relación existente entre los diversos procesos psicológicos y las alteraciones neurológicas concretas. En el caso concreto de las perturbaciones en las operaciones numéricas y en el cálculo estarían ocasionadas por lesiones parieto-occipitales, constituyendo el síndrome de la "acalculia primaria" (3). Las manifestaciones más importantes serían una desintegración de la estructura jerárquica de los números con grandes dificultades para situar los números en el espacio, leer cantidades de varias cifras, etc. Hechos análogos a la incomprensión del significado de las palabras y de su lectura y comprensión.

---

(3) Ibidem, pág. 193 y ss.

Para Giordano, "se llama discalculia escolar a las dificultades específicas en el proceso del aprendizaje del cálculo, que se observan entre alumnos con inteligencia normal, no repetidores de grado, y que concurren normalmente a la enseñanza primaria, pero que realizan deficientemente una o más operaciones matemáticas" (4).

En resumen, de los estudios realizados por los distintos investigadores en este campo, se pueden establecer los siguientes tipos de discalculias:

- a) Discalculia escolar o natural. Es la que presentan los alumnos al comenzar el aprendizaje del cálculo y está vinculada a sus primeras dificultades específicas: por ejemplo: trastornos en la concepción del número, fallos en la seriación numérica, en las operaciones, en el cálculo mental y en los problemas.
- b) Discalculia escolar verdadera. Se da cuando los fallos antes indicados persisten durante el aprendizaje escolar y ya no

---

(4) GIORDANO, L. y otros: Discalculia escolar. El Ateneo, Buenos Aires, 1978, pág. 21.



cabe esperar que la propia dinámica del -  
aprendizaje acabe resolviendo la situación  
"Uno sólo de los trastornos del cálculo, -  
reiterado y habitual, autoriza al educador  
a hablar de discalculia verdadera" (5).

Este tipo de discalculias puede presentar-  
se y de hecho se presenta en niños de inte  
ligencia normal y sin que esta dificultad  
específica incida en principio en el apren  
dizaje normal de las demás asignaturas.

- c) Discalculia escolar secundaria. Se suele -  
presentar asociada a trastornos de tipo ge  
neral. En este caso las dificultades para  
el cálculo no aparecen aisladas, sino que  
se presenta como síntoma de un cuadro más  
complejo, caracterizado por un déficit glo  
bal del aprendizaje. Las alteraciones que  
se dan asociadas a las del cálculo se pue  
den agrupar a su vez en dos tipos, presen  
tando cada uno de ellos características pe  
culiars:

---

(5) GIORDANO, L. y otros: Op. cit., pág. 210.

-Uno con base de naturaleza verbal que vendría determinado por dificultades manifestadas para la comprensión de la simbolización.

-Otro, con base espacio-temporal que dificulta la colocación de las cifras y la orientación de las operaciones.

- d) Discalculia primaria: En la que se da siempre una lesión cerebral con un tipo de trastornos específicos. El porcentaje de sujetos que presentan este tipo de trastornos es mínimo.

Frecuentemente los autores afirman el paralelismo existente entre la discalculia verdadera y la dislexia, y por lo que se refiere a la discalculia han llegado a la siguiente conclusión: "El alumno con discalculia escolar verdadera es un inmaduro neurológico que debe alcanzar el nivel óptimo de maduración antes de que el maestro decida cuál es el método pedagógico que más se adapta a sus condiciones y que le evitará el fracaso" (6) (Cazenave, Lauriol, Richaud, De Ballent, Borel-

---

(6) GIORDANO, L. y otros: Op. cit., pág. 8.

Maisonny, etc.).

Esta inmadurez neurológica es la circunstancia que determina en gran parte el paralelismo observado entre la discalculia escolar verdadera y la dislexia escolar.

Nuestro trabajo no pretende estudiar ningún síndrome neurológico, que no es de nuestra competencia; por lo tanto, no se ha realizado sobre ningún caso de discalculia primaria, sino que trata de averiguar psicopedagógicamente las causas o condicionantes de los fracasos en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas, determinados por la llamada discalculia escolar verdadera.

Ahora bien, dada la complejidad del aprendizaje de las matemáticas y la variedad de elementos que lo integran, la discalculia y, en general, las dificultades que se presentan en dicho aprendizaje se deben probablemente a varios factores.

La presente investigación pretende analizar tales factores, centrándose fundamentalmente en algunos de ellos que consideramos primordiales. Más concretamente intentamos comprobar que muchas de las dificultades en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas tienen su origen en deficiencias del desarrollo psicomotor.

De tal manera que suponemos que una buena estructuración y desarrollo de los diferentes aspectos de la psicomotricidad son indispensables para garantizar la adquisición y comprensión de las nociones previas, que hacen posible el concepto de número y las operaciones realizadas con él. Por consiguiente, habrá que analizar cuál es la función de la psicomotricidad en la adquisición de tales nociones, suponiendo que es a través de la misma como llega el niño a conseguirlas.

Tanto el desarrollo psicomotor como la adquisición de las nociones básicas no lo consigue el niño de un modo inmediato, sino a través de un proceso evolutivo que se prolonga durante los primeros años de la infancia.

Antes de que el niño tenga capacidad para comprender las nociones matemáticas y los conceptos numéricos tiene que haber desarrollado sus estructuras mentales, que partiendo de la actividad sensomotriz y a través de la acción y la experiencia, pasan por la representación e intuición hasta llegar al nivel de las operaciones concretas. Será en este nivel del desarrollo cuando el niño ya tiene capacidad para la comprensión de las nociones matemáticas y los conceptos numéricos con tal que en los estadios anteriores haya desarrollado adecuadamente y sin deficiencias las bases previas a -

aquellas nociones y conceptos.

Basándonos en esto suponemos que una correcta subestructura sensomotriz está en la base de la inteligencia lógica y a partir de ésta el niño ya puede comprender los conceptos numéricos.

Uno de los errores que con cierta frecuencia se ha dado lo constituye el hecho de pensar que la lógica es innata en el niño, "cuando en realidad se construye paso a paso en función de sus actividades" (7).

Según esto, se impone conocer el proceso previo que realiza el niño antes de adquirir las estructuras intelectuales que le capaciten para el dominio de las operaciones matemáticas, y al mismo tiempo, observar cuáles son los factores determinantes de ese proceso.

Para Piaget, "Las matemáticas son ante todo y en primer lugar, acciones ejercidas sobre las cosas y las mismas operaciones son siempre acciones, aunque bien coordinadas entre sí y simplemente imaginadas en

---

(7) PIAGET, J.: ¿A dónde va la educación?. Teide, Barcelona, 1975, pág. 50.

lugar de ser ejecutadas materialmente"(8).

Sin duda es indispensable llegar a la abstracción porque en sí el número es una abstracción, y ésto es natural incluso en todos los aspectos del desarrollo mental. Pero la abstracción se convierte en una especie de quimera o engaño si no constituye la culminación de una serie de actividades estructuradas previamente y de un modo continuado. Consideramos que uno de los factores que determinan las dificultades y fracasos en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas es, precisamente, presentar al niño conceptos abstractos, ya elaborados, como son los números, sin antes comprobar si el niño ya ha llegado al nivel de desarrollo madurativo y mental, que le capacite para la comprensión y expresión verbal de los mismos.

Habría que analizar y concretar, pues, cuáles son las nociones matemáticas de base que se enseñan a los niños bajo el nombre de cálculo y cuál la naturaleza de su proceso de adquisición, comprobando si en los programas escolares impartidos a los niños, tanto a nivel de la denominada enseñanza tradicional de la matemática como en la "Matemática moderna", se adaptan a los

---

(8) Ibidem, pág. 52.

mismos. Sin este conocimiento pensamos que toda reeducación del razonamiento matemático carece de base sólida. Toda reeducación como toda enseñanza, es como una construcción en la que no puede desestimarse etapa alguna. Por eso habrá que conocer el proceso de formación de las estructuras lógico-matemáticas que hacen posible el desarrollo y adquisición por parte del niño de los conceptos matemáticos, la relación que los une y cómo derivan unos de otros; en resumen, tener un sistema de referencias para analizar las dificultades del niño en esta área concreta y así presentar las diferentes nociones en un orden tal que el niño pueda asimilarlas.

Es cierto que la Matemática es la materia que más refleja los niveles existentes entre los alumnos. Con frecuencia el niño se manifiesta inseguro e impotente ante las diversas cuestiones que le va presentando el aprendizaje de las matemáticas, o lo que es más frecuente, piensa ya de entrada que "no vale para las matemáticas". Será tarea muy importante del profesor presentar cuidadosa y gradualmente las diferentes nociones y conceptos que constituyen el proceso, así como las dificultades que puedan ir surgiendo, de manera que el niño llegue a ver que su esfuerzo le permite progresar y alcanzar resultados satisfactorios.

Hay que partir de la base de que ningún alum-

no es específicamente negado para las matemáticas. En este sentido, será conveniente tener presente el consejo de Puig Adam: "Procurar a todo alumno éxitos que eviten su desaliento" (9).

La justificación, a nuestro juicio, del presente trabajo viene dada por la misma finalidad educativa de la matemática a nivel de desarrollo mental y por la importancia que las matemáticas han adquirido en la sociedad actual. Por la educación se trata de formar al hombre que ha de vivir con otros hombres; por tanto, tendrá que conocer lo necesario para resolver las cuestiones de tipo matemático que le plantee la vida diaria. Es lo que suele llamarse la "capacitación para la vida ordinaria". Por eso Mialaret afirma: "la más humilde y primitiva actividad humana pone en juego un conjunto de operaciones que justifican el que todo individuo se inicie en el cálculo" (10).

Los intereses tecnológicos de nuestra socie-

---

(9) PUIG ADAM, P.: La Matemática y su enseñanza actual. Publicaciones de la D.G. de Enseñanza Media. Madrid, 1960, pág. 157.

(10) MIALARET, G.: Pedagogía de la iniciación al cálculo. Kapelusz, Buenos Aires, 1974, pág. 1.



dad han determinado que el pensamiento humano alcanzara en las áreas científico-técnicas un nivel de desarrollo superior al alcanzado en otras ramas del saber.

Una de las repercusiones más importantes de este modelo social en la institución escolar es sin duda alguna el eliminar de las aulas todo cuanto no hace referencia directa o indirecta a los instrumentos intelectuales necesarios para la adaptación del individuo al modelo tecnológico. El modelo pedagógico que de ello se deriva ha entrado en una contradicción tan importante con los intereses de los individuos que, pese a la fuerza de atracción que en sí tiene todo modelo social, el número de niños que se manifiestan incapaces de reproducir el modelo pedagógico es cada vez mayor.

Una de las materias escolares en las que la inadecuación entre individuo y modelo se ha hecho más evidente, es, sin duda, alguna, las matemáticas. En este sentido, el progresivo aumento del número de niños que fracasan en el aprendizaje escolar de las matemáticas, ha puesto en evidencia la necesidad de cuestionar las bases en las que se apoya un modelo pedagógico que produce el fracaso en una de las materias por él más valoradas. Frente a esta masificación del fracaso escolar - cabe preguntarse cuáles son las causas y los factores - que explican el mismo en una de las materias más impor-

tantes para dicho modelo.

Por otra parte, la sociedad de nuestro tiempo se enfrenta con un problema específico, que necesariamente incide sobre todas las manifestaciones de la vida: el avance vertiginoso de la técnica. Lo que hoy aparece como última conquista es mañana superado por un nuevo éxito. "Algunos sociólogos llegan a preveer - incluso que muchos escolares de hoy se verán verosímilmente obligados a hacer un reciclaje una o varias veces durante su carrera, como consecuencia de la evolución - continua de la tecnología y de la aparición de nuevos oficios o profesiones" (11).

Para que todo sistema educativo consiga sus - objetivos es preciso que todos los individuos alcancen un nivel mínimo para su adaptación a la sociedad y por lo que se refiere al campo de las matemáticas, afirma Walusinski, "...frente a las necesidades de la sociedad de personas cualificadas y, sobre todo, capaces de adaptarse rápidamente a situaciones nuevas, frente a - los deberes del individuo hacia sí mismo (entender el -

---

(11) Tendances nouvelles de l'enseignement de la mathématique". U.N.E.S.C.O., París, 1972, pág. 99.

mundo en que vive y saber desempeñar allí su papel), no estamos en la época de la matemática para unos pocos" (12)

Así pues, el trabajo presente si contribuye a poner de manifiesto los factores y las causas explicativas de las dificultades que encuentran los niños en el aprendizaje de una de las materias que mayor importancia tiene en su proceso educativo, justifica por sí mismo cualquier esfuerzo realizado por muy elevado que sea.

El trabajo no pretende ser una aportación original en cuanto a la parcela de la realidad educativa - investigada, pero sí en cuanto al matiz y al carácter de la investigación tal como se presenta.

Las conclusiones, por su parte, no harán sino ratificar, ampliar o poner en duda conclusiones de trabajo precedentes que han sido realizados en el mismo campo aunque en esta parcela concreta del aprendizaje - la bibliografía existente es realmente escasa.

Con la investigación pretendemos contribuir a que, en la enseñanza de las matemáticas en general y del

---

(12) WALUSINSKI, G.: Pourquoi une mathématique moderne?  
Ed. Armand Colin. París, 1970, pág. 19.

cálculo en particular, se consiga disminuir el número - de los fracasos y que todo alumno consiga al menos la comprensión y el dominio de un cierto número de nociones básicas que son totalmente indispensables al individuo que desea desempeñar dignamente su papel de ciudadano y exigen de él un nivel adecuado de conocimiento y manejo de los números.

Creemos que cuanto hemos señalado respecto a la importancia de las matemáticas y de los objetivos - que se persiguen en la enseñanza del cálculo avalará - una mayor atención a la misma, que procure armonizar un conocimiento muy profundo de sus posibilidades de aplicación a la vida de cada día, juntamente con un prudente adiestramiento en sus técnicas.

Iniciamos el trabajo con una exposición teórica en la que puedan inscribirse las afirmaciones y - en la que adquieran sentido las mismas. En ella pretendemos fundamentar el concepto de desarrollo que subyace en toda la investigación y en la que quede claro - cuál es el proceso a seguir en toda tarea educativa. - Asimismo expondremos, en esta parte, el proceso genético de la formación de las estructuras, a partir de las experiencias, y cómo se van construyendo las diferentes nociones que componen la actividad operativa de la inteligencia.

Estudiar las posibilidades y el carácter de la experiencia que el niño realiza como constituyentes de la formación de las estructuras funcionales de su actividad intelectual lo consideramos indispensable para poder determinar más tarde los factores de las dificultades y de los fracasos.

Evidenciar la importancia de algunos factores decisivos en el desarrollo diferencial de tales estructuras operativas, potenciando así su control por la educación, es una de las finalidades de este trabajo.

Una vez expuesta la fundamentación teórica, en el capítulo III, hacemos una descripción de las técnicas e instrumentos utilizados en la exploración de las características y de los factores determinantes de los fracasos y dificultades en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas. En este mismo capítulo presentamos un análisis de las características generales de la muestra elegida junto con una exposición de los resultados obtenidos en la que se pone de manifiesto la variedad de factores que influyen en los aprendizajes del cálculo y las matemáticas y, por tanto, en sus dificultades y fracasos.

En los capítulos siguientes y teniendo en cuenta los resultados obtenidos en la parte experimental nos

detenemos en un análisis de las aplicaciones psicopedagógicas que se siguen. Hacemos hincapié, fundamentalmente, en los aspectos psicomotores por considerarlos como de los más decisivos en la prevención de las posibles alteraciones en los aprendizajes posteriores.

En este sentido, proponemos como prevención educativa eficaz una adecuada educación psicomotriz en las etapas previas a la adquisición de los conceptos matemáticos, que con su riqueza y amplitud de actividades garantice el desarrollo y comprensión adecuada de todas las nociones inherentes al cálculo así como el lenguaje preciso y la simbolización correspondiente. De esta manera pensamos que se pueden evitar desarrollos con deficiencias y lagunas en aspectos que resultan condicionantes para la formación de las estructuras lógico matemáticas y, por consiguiente, para poder seguir con un rendimiento satisfactorio las actividades que cada uno de los niveles escolares va presentando.

Además de la actividad psicomotriz se presenta como condición básica seguir el proceso que presentan en su formación las estructuras lógico-matemáticas y que a su vez son las que posibilitan la adquisición de los diferentes conceptos inherentes al cálculo y a todas las operaciones que se realizan con él.

En el último capítulo presentamos un breve análisis de las diferencias entre el modo de presentar el aprendizaje del cálculo la enseñanza tradicional de las Matemáticas y la denominada "Matemática moderna".

La investigación la centramos en los primeros cursos de la escolaridad por tres razones fundamentales:

- a) Por la importancia decisiva que tiene la educación recibida durante los primeros años del desarrollo - del niño como factor o handicap que determina el - rendimiento escolar posterior (13).
- b) Porque de hecho son escasas las investigaciones, tanto en nuestro país como en otros (Asbury, 1974) que se ocupen de la identificación temprana de los potenciales fracasados escolares (14).
- c) Porque pensamos que es en los comienzos de la escolaridad donde se debe atajar el mal, poner los remedios que, en la medida de lo posible, puedan paliar las dificultades y handicaps iniciales (15).

---

(13) L'evolution de l'education pré-scolaire. OCDE/CERI, París, 1975, pág. 10 y ss.

(14) INCIE: Determinantes del Rendimiento académico. Publicaciones del MEC, Madrid, 1976, pág. 18.

(15) CRESAS: Porquoi les échecs scolaires dans les premières années de la scolarité?. Institut National de Recherche et de Documentation pédagogiques, París, 1974, pág. 42.

## II. FUNDAMENTACION TEORICA

En este capítulo teórico inicial pretendemos clarificar la problemática teórica en la cual puede - inscribirse la presente investigación.

La determinación de los múltiples factores - que se manifiestan como los principales responsables - del desarrollo psico-genético del hombre es un campo - de investigación que preocupa tanto a psicólogos como a pedagogos.

Nuestra investigación también se encuadra dentro de esta problemática en el sentido de que pretende poner de manifiesto aquellos factores del desarrollo - que expliquen las dificultades y los fracasos en uno - de los campos de actividad del desarrollo mental: las - matemáticas.

Para ello necesitamos un concepto de desarrollo en torno al cual poder referir el trabajo experimental y precisar los extremos dentro de los cuales adquiere sentido nuestras afirmaciones.



### 1. DINAMICA DEL DESARROLLO EN GENERAL

Las concepciones filosóficas que subyacen a cualquier corriente psicológica han pretendido, de forma constante, la configuración de una teoría del desarrollo. O lo que es lo mismo, toda teoría psicológica se encuentra orientada globalmente por las posiciones que defiende con respecto a la problemática del desarrollo humano.

Es la determinación de los factores del desarrollo lo que diversifica de forma principal las diferentes posturas.

¿Es el desarrollo un epifenómeno de la maduración biológica, de la evolución, prefijada en la herencia de los órganos fisiológicos del ser humano?.

La cuestión afirmativa a tales cuestiones configura una concepción innatista del desarrollo, que partiendo de posiciones filosóficas, se extiende hasta el campo de la explicación psicológica (Husserl, Chomsky, la corriente Gestaltista, etc. son, en diferente grado y aceptando posiciones ya dualista, ya unitarias, representantes de esta corriente innatista del desarrollo).

¿Es, por el contrario, el medio ambiente, las condiciones externas en las que el hombre vive y dentro de las cuales éste realiza su experiencia gradual el - responsable exclusivo y directo del ritmo y naturaleza del desarrollo humano?.

¿Son las condiciones externas que actúan históricamente sobre el hombre las que modelan las características de su psiquismo, configurando su desarrollo - sin la mínima participación activa del mismo?.

En la concepción de esta posición con respecto al desarrollo subyace una concepción empirista, una explicación mecanicista de la relación hombre mundo, - que a través del esquema S-R, intenta la explicación de las estructuras y funciones. (Spencer, Taine, corriente conductista, etc., son representantes diversos de esta concepción del desarrollo).

¿Será, en oposición a estos dos extremos, la combinación de ambos factores -maduración biológica o - fisiológica, influencia del medio- el determinante esencial del desarrollo?.

Y si así es ¿en qué medida participa cada uno de ellos y cómo y a través de qué elementos y procesos se produce la interacción?.

La contestación a estas cuestiones dará lugar a diferentes concepciones doctrinales que, aún admitiendo la intervención necesaria de ambos factores en la configuración del desarrollo, se diversifican por la preponderancia que en ellos adquiere uno u otro, y por el modo como ambos se relacionan, se desenvuelven paralelamente o se determinan unilateralmente o recíprocamente.

En nuestra exposición nos centraremos en la doctrina piagetiana sobre el desarrollo como fundamentación teórica del trabajo experimental.

Desde sus comienzos la posición teórica de Piaget pretende superar las concepciones tanto innatistas como empiristas del desarrollo humano.

Critica el mecanicismo empirista, puesto que deja sin explicación aspectos básicos de las conductas diferenciales, al ignorar la presencia de un elemento intermedio en el esquema S-R.

Una respuesta sólo se produce cuando el órgano no tiene la capacidad de ser estimulado, de ser afectado por un excitante externo concreto. Lo cual exige un elemento más allá del estímulo y de la respuesta.

El fenotipo y el comportamiento individual se produce como resultado de las transformaciones que tienen lugar en el genotipo, cuando este se inscribe en - unas coordenadas ambientales precisas para su desarrollo.

Entre S y R se inscribe el organismo, con capacidad diversa de asimilación del estímulo, a un cierto esquema de reacción que es la fuente de la respuesta (1).

Tampoco las concepciones innatistas elaboran, para Piaget, una explicación suficiente de la complejidad del desarrollo humano. Descuidan la poderosa influencia del medio como actualizador de las posibilidades latentes y remotas que el desarrollo introduce de - forma vaga e indiferenciada.

Para explicar la naturaleza del desarrollo humano, en un intento de superar las concepciones anteriores Piaget introduce el concepto de adaptación que el - hombre desde su infancia realiza necesariamente al medio físico y social en el que se desenvuelve para satis

---

(1) Piaget, J.: Epistemología genética. Redondo, Barcelona, 1970, pág. 67.

facen sus necesidades.

Un proceso que se caracteriza como "equilibrio entre dos mecanismos indisociables: la asimilación y la acomodación" (2).

La adaptación intelectual es, por tanto, una -posición de equilibrio entre la asimilación de las experiencias a las estructuras deductivas y la acomodación -de estas estructuras a los datos de la experiencia.

El proceso de asimilación incluye la incorporación de las nuevas experiencias a los esquemas de conducta internos anteriores.

El proceso de acomodación será, por el contrario, la influencia del medio sobre los esquemas de conducta que se "acomodan" a las exigencias del medio.

Este proceso complejo que define la conducta humana discurre como un intercambio entre el mundo exterior y el sujeto, en orden a restablecer un equilibrio -alterado por una necesidad, a través de una readaptación funcional del organismo.

---

(2) Piaget, J.: Psicología y Pedagogía. Ariel, Madrid, 1973, pág. 173.

El desarrollo humano realizará, pues, un proceso dinámico de compensaciones por las que el organismo - intenta reaccionar a las perturbaciones exteriores mediante actividades subjetivas que constituyen respuestas a las perturbaciones.

Se perfila así el carácter de equilibración - que adquiere el proceso de desarrollo humano dentro de - la concepción piagetiana.

Un proceso que se orienta gradualmente a la - construcción de estructuras cada vez más estables, pero continuamente modificables por las perturbaciones y compensaciones que supone la adaptación a un mundo físico-social cambiante y móvil.

El desarrollo es un proceso que exige e incluye la interacción recíproca de varios factores:

1. Maduración fisiológica y biológica, como - diferenciación progresiva del sistema nervioso. Una maduración que no programa pormenorizadamente ni el carácter ni el ritmo del desarrollo. Una maduración que se limita a proporcionar posibilidades y condiciones necesarias, para la actualización de capacidad que exigen la - participación de otros factores.

"La maduración fisiológica abre un campo de posibilidades del cual, mediante el concurso de experiencias físicas y condiciones sociales, se actualizarán y - realizarán cierto número de conductas" (3).

"Desde el punto de vista cognoscitivo, la herencia y la maduración se limitan a determinar las zonas de imposibilidades y posibilidades de adquisición" (4).

Para Piaget, es responsabilidad de la maduración la fijación de unas etapas universalmente válidas en el desarrollo psíquico de todo ser humano.

"Cada etapa del desarrollo viene caracterizada mucho menos por un contenido fijo del pensamiento que por una cierta posibilidad, una cierta actividad potencial - susceptible de conducir a uno u otro resultado según el medio en que vive el niño" (5).

Lo que quiere decir que las etapas se diferencian por el índice de actividad potencial que posibili-

---

(3) Piaget, J.: Seis estudios de psicología. Pág. 171.

(4) Piaget, J.: Epistemología genética. Pág. 72-73.

(5) Piaget, J.: Psicología y Pedagogía. Pág..197.

tan, pero no como portadoras de una orientación concreta del desarrollo. No existe en ella predeterminación - cuantitativa ni cualitativa del desarrollo que potencian.

2. Experiencia. Concebida como una interacción permanente intensa con el medio. Es uno de los factores que orienta gradualmente el desarrollo y que exige del sujeto respuestas funcionales -adaptativas a las condiciones materiales cambiantes en las que el niño satisface sus necesidades.

Es fuente de las perturbaciones que el organismo tiene que compensar mediante actividades subjetivas - Es fuente de progresiva diferenciación dado que a través de esta experiencia se inicia la actualización diferenciada de las posibilidades preexistentes ofrecidas por la maduración.

Al exigir del niño actividades subjetivas compensadoras de las perturbaciones que los estímulos ambientales provocan en el organismo, la experiencia produce el proceso de adaptación en sus dos fases, anteriormente expuestas, y con ello se manifiesta como motor del desarrollo. (El comportamiento, motor de la evolución)

3. Equilibrio. Concebido como tendencia implí



cita en el desarrollo a conquistar niveles cada vez más -  
complejos y estables.

Este equilibrio sería el resultado de la conver-  
gencia entre los elementos genéticos y estructurales del  
desarrollo. El equilibrio como sistema de compensaciones  
es la síntesis de génesis y estructuras.

Pues, toda génesis parte de una estructura y -  
desemboca en otra, a la vez que toda estructura tiene -  
una génesis en estructuras anteriores que la preceden in-  
definidamente.

No hay, para Piaget, estructuras innatas, ina-  
movibles, al menos para el conocimiento humano. Toda es-  
tructura supone una construcción genética que se prolon-  
ga indefinidamente en estructuras anteriores y se proyec-  
ta también indefinidamente hacia otras superiores. "Toda  
estructura tiene una génesis. No hay estructuras innatas,  
toda estructura supone una construcción (6)

Por ello, la tendencia al equilibrio, propia -  
del desarrollo, es, en rigor, un proceso en dinámica cons

---

(6) Piaget, J.: Seis estudios de psicología. Pág. 214-  
215.

tante y no un resultado definitivo.

Según Piaget, en Psicología no se conocen comienzos absolutos "...o todo es génesis o la génesis retrocede indefinidamente..." (7) de tal forma que la psicogénesis viene precedida de la organogénesis, embriogénesis, y filogénesis, sucesivamente.

Una estructura alcanzará el equilibrio en la medida en que el organismo sea capaz de oponer compensaciones a todas las perturbaciones, e incluso se anticipe a ellas; hasta el momento en que las extrañas perturbaciones caigan fuera del alcance compensador de las estructuras equilibradas en dicho estadio evolutivo y se inicie una nueva etapa genética.

Se puede definir la postura de Piaget con respecto al desarrollo como constructivismo genético, ya que la génesis de las estructuras no sólo describe el proceso temporal de su aparición sino que constituye su construcción. "La construcción genética es constitutiva auténticamente de las estructuras nuevas"(8).

---

(7) Ibidem, pág. 207.

(8) Piaget, J.: Epistemología genética, pág. 127.

La negación de cualquier tipo de reduccionismo de lo psíquico a lo material, de lo adquirido a lo innato, de procesos dialécticos a asociaciones mecánicas..., conduce a Piaget a la afirmación y defensa del constructivismo.

"La psicología nos enseña que el desarrollo es una construcción real por encima del innatismo y del empirismo y que es una construcción de estructuras y no una acumulación aditiva de adquisiciones aisladas (9).

Concibiendo las estructuras como conjuntos integrados por diferentes elementos, pero que, como totalidad funcionan siguiendo leyes diferentes a las que rigen para cada elemento de los que componen la estructura. Los elementos se integran en un conjunto cualitativamente diferente a la suma aditiva de las partes.

Por ello un desarrollo, a partir de la acumulación de elementos surgidos de la experiencia o influencia ambiental que no constituyan estructura como unidades de funcionamiento y operación, es un desarrollo deforme, del que no caben esperar reacciones adaptadas, ni equilibrio

---

(9) Piaget, J. y otros: Tendencias de la investigación en ciencias sociales. Alianza Universidad. Madrid, 1973, pág. 170.

en sus procesos tanto asimilativos como acomodativos. Ambos movimientos constituyen la adaptación activa del individuo que actúa y reacciona para compensar las perturbaciones generales en su equilibrio interno por la estimulación del ambiente.

"Ningún conocimiento humano, salvo, evidentemente las formas hereditarias muy elementales, está preformado ni en las estructuras constituidas del sujeto, ni en las de los objetos" (10). Por el contrario, el conocimiento es el resultado, nunca definitivo, de un largo y continuo proceso de elaboración y reelaboración del sujeto en el intercambio con los objetos, de diferenciación y descentralización a partir de la experiencia activa.

Estos procedimientos cognitivos darán lugar, - como expondremos más adelante, a dos tipos de resultados:

- elaboración de formas de conocimientos y estructuras lógicas; y
- conocimiento de objetos y relaciones espaciales y temporales.

En este proceso del desarrollo, el conocimien-

---

(10) Inhelder, B.; Sinclair, H.; Bovet, M.: Aprendizaje y estructuras del conocimiento. Morata, Madrid, 1975,

to no es nunca una mera copia de lo real, es una elaboración subjetiva que desemboca en la adquisición de representaciones organizadas de lo real y en la formación de instrumentos formales de conocimiento.

Al distinguir los aspectos figurativos de los operativos y al subordinar los primeros a los segundos, Piaget pone las bases para una concepción del desarrollo intelectual basada en las acciones senso-motrices y en las operaciones mentales (concretas y formales). Una concepción que subordina la imagen y la intuición a la actividad y operación. Ya que las formas de conocimiento, las estructuras lógicas que pueden profundizar en las transformaciones de lo real son el resultado del conocimiento de los objetos, sino de la coordinación de las acciones que el individuo ejerce al manipular y explorar la realidad objetiva. "Existe un verbalismo de la imagen como hay un verbalismo de la palabra, cuando se olvida la primacía irreductible de la actividad espontánea y de la investigación personal y autónomas... La operación es irreductible a las formas perceptivas o imaginadas" (11).

Es evidente que Piaget defiende la primacía de la actividad orientada, organizada, no de una actividad arbitraria, ciega, sin sentido. "Construir estructuras

---

(11) Piaget, J.: Psicología y Pedagogía. Pág. 87.

estructurando lo real. Sólo se comprende un fenómeno reconstruyendo las transformaciones de las que es el resultado y para reconstruirlas hay que haber elaborado una estructura de transformaciones" (12).

La actividad, pues, será la constante de todo tipo de desarrollo y al mismo tiempo de aprendizaje, desde el que tiene lugar en el período senso-motor hasta el que culmina en las operaciones formales. En cualquier caso, los contenidos figurativos pueden ser adquiridos mediante observación o recepción, pero los aspectos operativos del pensamiento sólo se configurarán a partir de las acciones y de la coordinación de las mismas. Son los aspectos operativos los que caracterizan los niveles superiores de la conducta intelectual del hombre. "Los esquemas de organización cognitiva interna provienen de la diferenciación y coordinación de los aspectos formales de las acciones (13).

Dadas las características del desarrollo en la teoría piagetiana, lo importante ahora es conocer, no sólo las estructuras programadas hereditariamente,

---

(12) Ibidem, pág. 37

(13) Hurt, H.G.: Las ideas de Piaget y su aplicación en el aula. Kapelusz, Buenos Aires, 1974, pág. 74

sino las construídas progresivamente en la historia individual, su génesis, su funcionamiento, etc. Estructuras que darán lugar a los distintos períodos del desarrollo con las posibilidades y limitaciones que van imponiendo al mismo.

## 2. GENESIS DE LAS ESTRUCTURAS DEL PENSAMIENTO

### A. El nivel senso-motor

Hemos indicado en el apartado anterior que, - para Piaget, no existen estructuras innatas, al menos - para el conocimiento humano, sino que en el desarrollo intelectual todo es fruto de una construcción genética que en su formación dará lugar a los distintos estadios de dicho desarrollo.

Nos interesa conocer cuál es la génesis y desarrollo de esas estructuras que darán lugar a la capacidad básica para el manejo de las nociones y conceptos inherentes a los números y las operaciones realizadas con los mismos.

El "leit-motiv" de los trabajos de Piaget es que cada nivel del desarrollo prepara al siguiente dándose una serie de etapas en las que el surgimiento de cada una de ellas depende de una estructura anterior y no de la acción exclusiva de los estímulos externos en cuya respuesta el mecanismo teórico sería el de la asociación.



Entre los estímulos externos a los que el sujeto se adapta mediante la respuesta y ésta existe toda una estructura organizadora que es la responsable de - las nuevas adquisiciones y desarrollos intelectuales - del individuo.

Tal estructura es la que hace posible que el niño se vuelva sensible a los estímulos externos por - la cual los va organizando. El niño posee unos esquemas básicos en los que va integrando los distintos estímulos del entorno.

En el desarrollo intelectual resulta indispensable la existencia de esos esquemas que garanticen la integración y la organización de los estímulos y que - más tarde darán lugar a la formación de las categorías de la realidad. Por eso Piaget afirma categóricamente - que "sin la existencia de los esquemas de asimilación - no sería posible ningún tipo de estructura" (1). Es más, "el mecanismo que aquí funciona es la asimilación por - la que toda relación nueva está integrada en un esquematismo anterior" (2).

---

(1) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño. Nueva Visión, Buenos Aires, 1976, pág. 217.

(2) Piaget, J.: Inhelder, B.: Psicología del niño. Mora-

Por consiguiente, el apriorismo no tiene cabida en el desarrollo intelectual ya que aquellas nociones que a los adultos parecen necesarias y privativas, son - en realidad producto de una lenta construcción que partiendo de la estructura senso-motriz se irá transformando y adquiriendo nuevas estructuras hasta llegar a las - operaciones lógico-abstractas que capaciten al individuo para la comprensión y realización de todo tipo de operaciones.

En el campo de la psicología de la inteligencia las estructuras que la definen, incluso las más necesarias para el psiquismo adulto, como pueden ser las - estructuras lógico-matemáticas, no son innatas en el niño; se construyen poco a poco en un largo proceso.

¿Cómo se desarrolla este proceso que va organizando y estructurando la conducta inteligente?.

En este sentido es necesario aclarar que la inteligencia no será una estructura concreta del proceso - cognoscitivo sino "...la forma de equilibrio a la que - tienden todas las estructuras de dicho proceso, o, mejor,

---

ta, Madrid, 1973, pág. 17.

Piaget, J.: La formación del símbolo en el niño. F.C.E., México, 1961, págs. 33-34.

las formas superiores de organización o de equilibrio de las estructuras cognoscitivas sujetas a un proceso genético" (3).

Para lograr desvelar el mecanismo causal de la génesis de la inteligencia será necesario reconstruir lo que representa el punto de partida, la estructura relativamente primaria de la que partimos, y mostrar de qué manera y bajo qué factores esas estructuras se van formando y transformando.

Puede afirmarse, abarcando posiciones varias y diversas, que el desarrollo intelectual es un proceso dinámico en el que se sintetizan génesis y estructuras.

Según Piaget, a partir de estructuras dinámicas, primarias y básicas de la mente, mediante realización de las posibilidades en ellas presentes por la interacción del niño con el mundo, se van formando estructuras de nivel superior que contienen nuevas posibilidades de desarrollo intelectual. De tal manera que cada una de ellas va constituyendo sucesivamente la base de las siguientes asegurando una estructuración creciente. En ella

---

(3) Piaget, J.: Psicología de la inteligencia. Psique, Buenos Aires, 1971, pág. 18.

cada etapa surge espontáneamente de la anterior, de las posibilidades ofrecidas por esa organización que progresivamente se va haciendo camino y donde las nuevas adquisiciones enriquecen la estructura, fijándose como subestructuras de las siguientes.

El desarrollo genético de las estructuras mentales supone la intervención pareja e interdependiente de la maduración orgánica y el ejercicio experimental que aquella posibilita, en una reacción circular recíproca como elementos distintos pero indisociables de un mismo proceso.

Por eso Wallon afirma que "...no puede desarrollarse un aprendizaje eficaz mientras no se den las condiciones fisiológicas de maduración orgánica" (4).

En franca oposición a la interpretación conductista, el mismo Piaget considera que para que el organismo sea capaz de dar una respuesta es necesario suponer un grado de sensibilidad específica a las incidencias diversas del medio. Este grado de sensibilidad o "nivel de competencia" se construye en el curso del desarrollo a

---

(4) Wallon, H.: La evolución psicológica del niño. Psique, Buenos Aires, 1972, pág. 53.

partir de las adquisiciones del aprendizaje. Por eso Piaget sostiene que la instrucción debe atenerse al nivel - del desarrollo de las construcciones espontáneas; sólo - así se favorecerá el desarrollo mental. Si la instrucción es inadaptada a ese ritmo de construcciones espontáneas, un ritmo no prefijado hereditariamente sino en una génesis socio-histórica individual, obstaculizará el desarrollo.

Este concepto de "nivel de desarrollo" o "nivel de competencia" sustenta la tesis mantenida por Piaget y su escuela de la primacía del desarrollo por cuanto que impone en cada etapa claras limitaciones a las posibilidades del aprendizaje.

El aprendizaje es, por tanto, el proceso de adquisición cognoscitiva que explica, en parte, el enriquecimiento y transformación de las instancias internas. - Inicia y provoca el funcionamiento de mecanismos de regulación interna y estructuración de la conducta observable. A partir de las adquisiciones del aprendizaje se - elaboran esquemas, subestructuras que sostienen tipos específicos de funcionamiento y que forman parte de las estructuras de conjunto que rige y orienta la conducta individual.

Ya hemos indicado que para Piaget la primera -

estructura explicativa de esa interacción del individuo con el medio se realiza mediante la asimilación y la acomodación a través de la acción.

Será partiendo de la estructura senso-motriz - y a través de transformaciones sucesivas como se llegará a las operaciones lógico abstractas donde el equilibrio sea ya permanente y la maduración posibilite todas las - estructuras posibles.

Expondremos, pues, cómo se van adquiriendo y formando las distintas estructuras del desarrollo intelectual partiendo del mecanismo de la asimilación y siguiendo los diversos estadios que Piaget ha distinguido en dicho desarrollo.

Haremos hincapié en la importancia trascendental de la acción en toda este proceso. Precisamente la - concepción más original de la teoría epistemológica de - Piaget consiste en afirmar que la acción es constitutiva de todo conocimiento (5).

Son abundantes las ideas piagetianas crítica-

---

(5) Piaget, J.: La formación del símbolo en el niño. Pág.

33. El comportamiento, motor de la evolución. Nueva Visión, Madrid, 1977

das y rechazadas por otros autores, especialmente por - Henri Wallon, sin embargo, podemos afirmar que en este punto concreto son coincidentes y a través de sus obras resaltan la importancia de la acción en las actividades intelectuales.

En la construcción de estas estructuras, lo - primero no es la percepción ni el movimiento, ni siquiera la asociación entre los dos, sino la asimilación de objeto percibido a un esquema de acción el cual es a la vez reproducción motora y reconocimiento perceptivo (6).

Esta primacía de la acción se sustentará genéticamente a partir del análisis de las conductas más - elementales del recién nacido. En este primer momento, el sujeto no conocerá más propiedades de las cosas que aquellas que su acción le permita conocer.

En la medida en que coordine el sujeto sus acciones comenzará a dar unidad al objeto con el que interactúa. Solamente la coordinación de los esquemas de la - acción permitirá dar unidad a los objetos, a través de - la acción (7).

---

(6) Piaget, J.: Introducción a la epistemología genética. Paidós, Buenos Aires, 1975, pág. 15.

(7) Piaget, J.: Psicología de la inteligencia en el niño. Aguilar, Madrid, 1972.

En la acción de partida todavía no puede hablar en sentido estricto, ni de sujeto ni de objeto. Pero poner el punto de partida en la acción es sustituir las opciones clásicas por un nuevo enfoque: la primacía es la del vínculo práctico, de la interacción efectiva, de la acción objetiva.

Por medio de la acción los objetos serán incorporados y asimilados a los esquemas de acción. Esos esquemas expresan el conjunto estructurado de los caracteres generalizables de la acción, es decir, de aquel que permiten repetir la misma acción o aplicarla a nuevos contenidos.

"Cualquier conocimiento comporta siempre y necesariamente un factor fundamental de asimilación que es único que confiere una significación a lo que es percibido o concebido" (8).

La asimilación, entonces, confiere significado al hecho externo y es transformador del objeto a través de esa incorporación de significaciones. Pero, a su vez, el objeto exigirá modificaciones del esquema asimilador, en virtud de sus propias características que actuarán co

---

(8) Piaget, J.: Biología y conocimiento. Siglo XXI, Madrid, 1977, pág. 7.



mo obstáculos a la asimilación completa.

Se pone así en marcha el mecanismo de equilibrio entre asimilación y acomodación partiendo de la primera estructura que es, como hemos indicado, la asimilación.

Partiendo de la extensión de la asimilación y la coordinación progresiva de los diversos esquemas intentamos sintetizar los pasos fundamentales hasta llegar al nivel de las operaciones lógico-matemáticas. Operaciones lógico-matemáticas elementales que se sacan a partir de la coordinación de las acciones, por abstracción reflexiva desde los esquemas senso-motores.

#### Primeras estructuras:

##### Asimilación y acomodación

Averiguar cómo surge la inteligencia operativa a partir de la actividad asimiladora, que engendra primitivamente los hábitos, es mostrar cómo se realiza esta asimilación sensomotriz en estructuras cada vez más móviles y de aplicación siempre más extensa desde el momento en que la vida mental se disocia de la vida orgánica.

En los primeros meses de la vida del niño nada es indiferente. Ya hemos indicado que las operaciones - posteriores del pensamiento se fundamentan en las acciones propias de período senso-motor.

La inteligencia, en este sentido, surge en contacto con las cosas mediante la acción. "La inteligencia no comienza ni por el conocimiento del yo ni por el de las cosas en cuanto tales, sino por el de su interacción y orientándose simultáneamente hacia los dos polos de esta interacción; la inteligencia organiza al mundo organizándose a sí misma" (9).

En los diez o doce primeros meses, dejando a parte los estadios que describe Piaget, dos fenómenos - privan sobre lo demás o, mejor dicho, están en la base del desarrollo de todos los demás. Estos dos fenómenos - son:

- La extensión de la asimilación senso-motriz
- La coordinación entre los diversos esquemas senso-motores.

---

(9) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño. Pág. 319.

El nacimiento de la inteligencia en el niño. Pág. 312.

a) Extensión de la asimilación senso-motriz

En sus comienzos la asimilación es, esencialmente, la utilización por el sujeto del medio externo - con el fin de alimentar sus esquemas hereditarios o adquiridos. Es obvio, que tales esquemas, como el de la succión, el de la visión o el de la aprehensión, etc., tienen necesidad de acomodarse continuamente a las cosas y que las necesidades de esta acomodación contrarrestan con frecuencia el esfuerzo asimilador. Pero esta acomodación permanece de tal modo indiferenciada de los procesos de asimilación que no dan lugar a ninguna conducta activa especial, sino que simplemente consiste en - ajuste de éstos a las cosas asimiladas.

Por eso afirma Piaget que "cualquier conocimiento comporta siempre y necesariamente un factor fundamental de asimilación que es el único que confiere - una significación a lo que es percibido o concebido"(10).

Al principio la inteligencia procede de un estado en el que la acomodación al medio está indiferenciada de la asimilación de las cosas a los esquemas del sujeto, a un estado en el cual la acomodación a los es-

---

(10) Piaget, J.: Biología y conocimiento. Siglo XXI, Madrid, 1977, pág. 7.

quemadas múltiples llega a ser distinto de la asimilación respectiva y recíproca.

Resulta entonces natural que este primer nivel del desarrollo no aparezca constituido por objetos permanentes, que el espacio y el tiempo no estén organizados en grupos ni en series objetivas y que la causalidad no esté espacializada ni situada en las cosas. Todo esto lo irá alcanzando el niño a medida en que va progresando en la extensión de la función asimiladora.

En otras palabras, al comienzo el universo - del niño consiste en cuadros móviles centrados en la - propia actividad. Pero, en la medida en que ésta está - indiferenciada de las cosas que asimila continuamente, permanece inconsciente de su subjetividad (11).

El punto de partida, pues, de la evolución intelectual del niño no está aisladamente en el ejercicio de los diferentes reflejos de succión, tónico, postural, etc. concebidos como ejercicios aislados, sino en la actividad del organismo que no es sujeto paciente en estos ejercicios. El organismo está presente en todas es-

---

(11) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño.  
Pág. 315-316.

tas actividades espontáneas y globales de las que los -  
ejercicios reflejos son una diferenciación y que por -  
ejercicio se llega a una diferenciación.

A través de la asimilación que garantiza por  
ejercicio la consolidación de los reflejos, se prolon-  
ga además a través de estos ejercicios independientes -  
del reflejo primitivo. Este hecho no se puede explicar  
más que por la asimilación generalizadora, que va enri-  
queciendo las acciones del recién nacido a la vez que -  
enriquece el esquema senso-motor haciendo susceptible -  
de acciones cada vez más ricas y diferenciadas.

Por consiguiente, el mecanismo fundamental de  
todos los progresos en el período de la inteligencia -  
senso-motriz es la asimilación generalizadora, Asimila-  
ción que implica una doble importancia:

1ª. Por un lado, la de la significación pues-  
to que todo conocimiento versa sobre sig-  
nificaciones.

2ª. Por otro, expresa el hecho fundamental de  
que todo conocimiento está ligado a una -  
acción y que conocer un objeto o aconteci-  
miento es utilizarlo asimilándolo a unos  
esquemas de acción.

La asimilación, por tanto, confiere significado al hecho externo y es transformadora del objeto a través de esa incorporación de significaciones. Pero a su vez, el objeto exigirá modificaciones del esquema asimilador en virtud de sus propias características objetivas que actuarán como un obstáculo a la asimilación completa. De esta manera el objeto es modificado por el sujeto pero este es obligado a modificarse por aquél.

A medida que los esquemas se multiplican y diferencian gracias a sus asimilaciones recíprocas como a su acomodación progresiva a las necesidades de lo real, esta se disocia poco a poco de la asimilación y asegura, simultáneamente, una gradual delimitación del medio externo y del sujeto.

La asimilación deja, pues, de "asimilar" simplemente las cosas a su propia actividad para establecer en virtud de los progresos de esta actividad una red cada vez más estrecha de coordinaciones entre los esquemas que definen a esta y, en consecuencia, entre las cosas - a las que dichos esquemas se aplican.

Así pues, según Piaget, en la medida exacta de los progresos de la inteligencia en el sentido de la diferenciación de los esquemas y de su asimilación recíproca, el universo procede del egocentrismo integral e in-

consciente de sus comienzos a una creciente solidificación y objetivación (12).

Al principio tanto la asimilación como la acomodación proceden de un estado caótico de indiferenciación y, poco a poco, progresan a un estado de diferenciación correlativa. Ambas al comienzo son indisolubles una de la otra. La acomodación de las estructuras mentales a la realidad física implica, en efecto, la existencia de esquemas de asimilación fuera de los cuales, ya hemos indicado que toda estructura sería imposible.

Inversamente la constitución de los esquemas por la asimilación implica la utilización de realizaciones exteriores a las que debe forzosamente acomodarse, aunque sea en mínima medida.

Resulta así evidente que la asimilación y la acomodación son, pues, los dos polos opuestos entre el organismo y el medio, que es condición de todo funcionamiento biológico e intelectual. Tal interacción supone desde el punto de vista de partida un equilibrio entre

---

(12) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño.  
pág. 317.

las dos tendencias de los polos opuestos.

Saber qué formas va tomando ese equilibrio en vías de formación a lo largo del desarrollo intelectual, constituye uno de los pilares fundamentales de la teoría piagetiana reflejado en su obra: "La equilibración de las estructuras cognitivas".

Paulatinamente por este proceso se irá produciendo un doble movimiento de integración de sujeto y - del objeto con el que interactúa. La complejidad del objeto es correlativa con la complejidad y organización - del sujeto. Solamente los esquemas de la acción permitirán dar unidad a los objetos a través de la unidad de la acción.

Ahora bien, toda acción consiste, en primer - lugar, en asimilar el objeto sobre el que ejerce a un - esquema de asimilación constituido a su vez por los esquemas anteriores en su continuidad en el acto actual. Existe así, por ejemplo, un esquema de reunir, de separar, etc. y la acción es inicialmente asimilación del - objeto a estos esquemas.

Por tanto, la acción es necesariamente relativa a un sujeto que actúa, así como el pensamiento es correlativo a un sujeto que piensa. Sin embargo, y por



otra parte, la acción es relativa a su objeto, es decir, en cada nueva situación el esquema de acción se diferencia por el objeto al cual se aplica.

La acción es, en segundo lugar, acomodación al objeto. Ahora bien esta acomodación y asimilación son - indisociables entre sí y no se puede concebir una acción que no presente estos dos polos. Pero pueden existir entre ambas tendencias así polarizadas diversas formas de equilibrio. Dicho equilibrio es inestable ya que la asimilación es conservadora y, en cambio, la acomodación expresa las modificaciones cuya continua renovación por - parte del objeto debe padecer el sujeto (13).

Si la asimilación de la realidad a los esquemas del sujeto implica una continua acomodación de estos mismos esquemas, la asimilación no se opone a toda nueva acomodación. Por el contrario, si la acomodación prima, es decir, si el esquema se diferencia señala el comienzo de nuevas asimilaciones.

Toda conquista de la acomodación se convierte, entonces, en materia de asimilación; pero ésta se resiste sin cesar, dice Piaget, a las nuevas acomodaciones.

---

(13) Piaget, J.: "Introducción a la epistemología gené-

Esta situación es la que explica la diversidad de equilibrios entre ambos procesos, según se considere el punto de partida o el destino de su desarrollo (14).

Las acomodaciones se van multiplicando, por una parte, a causa de las exigencias del medio y, por otra, a causa de las coordinaciones de los diferentes esquemas. De este modo la acomodación se empieza a diferenciar de la asimilación y por eso mismo se convierte en complementaria.

Al ir produciéndose esta diferenciación, además de la acomodación necesaria a las circunstancias habituales, el sujeto se va interesando por la novedad y la persigue por sí misma.

Por este procedimiento de asimilaciones y acomodaciones durante el período senso-motor el niño va avanzando en su desarrollo intelectual y adquiriendo nuevas estructuras en su adaptación al medio. "Gracias a la coordinación creciente de los esquemas senso-motores, a la aceleración de los movimientos y a la anticipación de las acciones bajo formas de esbozos anticipadores, el ni

ño logra ya al final de esta etapa bocetos representativos cuando hay equilibrio actual entre asimilación y acomodación" (15).

En otros términos, y gracias a ese mecanismo fundamental de la asimilación generalizadora en coordinación con la acomodación, al final de este período, el del nivel senso-motor, el niño perfecciona los medios - para conseguir el fin; pero no sólo los perfecciona sino que elige los mejores y los más apropiados apartándose de la causalidad mágico-fenomenista. Y no sólo esto, sino que también combina interiormente diversos esquemas senso-motores para dar con la comprensión rápida de la solución de los problemas de tipo práctico que se le van presentando.

Podemos decir que esta es la conquista de mayor riqueza de la asimilación. El esquematismo estructural del niño le permite poner en juego diferentes ejercicios senso-motores, pero por tanteo, eliminando los - ejercicios que no llevan a la solución de un problema, sino interiorizando los diversos movimientos que más -

---

(14) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño. Pág. 318.

(15) Piaget, J.: La formación del símbolo en el niño. - Pág. 328.

tarde llevarán a cabo para terminar una acción rápida y eficaz.

A esta combinación interiorizada de medios se puede considerar como la estructura senso-motriz de las operaciones concretas que consisten también en acciones interiorizadas pero donde la representación es completa, hecho que no se da en el nivel senso-motor.

La actividad total del organismo es el agente que lo lleva a cabo; es decir, estas adquisiciones no se deben ni a la conducta simbólica, que aún no se da a este nivel senso-motor, ni a la asociación, sino a la extensión de la asimilación senso-motriz que está en juego en el reflejo (16).

Así pues, según este modelo de asimilación -acomodación, se forman los primeros hábitos y estos hábitos no son aun inteligencia ya que no existe desde el punto de vista de sujeto distinción entre medios y fines. Dato que constituye el criterio para distinguir un acto inteligente de otro que no lo sea.

"Las formas más elementales de hábito proceden de una asimilación de elementos nuevos a esquemas -

---

(16) Piaget, J.: La formación del símbolo en el niño. Pág. 34

anteriores, que pertenecen a la especie de los esquemas reflejos. Pero importa advertir -añade Piaget- que la - extensión del esquema reflejo por la incorporación de - elementos nuevos, determinar por eso mismo la formación de un esquema superior (el hábito como tal) en el cual - se integra, pues, el esquema inferior (el reflejo). Esto lleva consigo que la asimilación de un elemento nuevo a un esquema anterior implica, por consiguiente, la integración de este último a un esquema superior" (17).

Cuando el niño llega al segundo año se observa en él actos más completos de inteligencia práctica, con distinción clara entre medios y fines. Una vez más conviene insistir en que las acciones puestas en juego, son las acciones de los distintos esquemas senso-motores. Serían por tanto una extensión de la asimilación mucho - más rica que hasta ahora. Supondría algo más que una simple función y ejercicio, esto es, un intento de conseguir algo combinando diversos ejercicios de los esquemas senso-motores.

La primera nota que aparece ahora es la distinción entre fines a conseguir y medios a utilizar.

---

(17) Piaget, J.: Psicología de la inteligencia. Psique, Buenos Aires, 1972, pág. 138.

En los primeros años este intento de conseguir un fin, que sería lo inmediato, a través de unos medios concretos no se basa en la realidad. Piaget lo denomina causalidad mágico fenomenista. Cualquier cosa puede producir otra y además todo está centrado en el sujeto, en su acción. En este sentido, por ejemplo, para conseguir un objeto que está lejos cualquier movimiento del sujeto parece oportuno para conseguirlo.

Se observa algo que está muy lejos de la primera extensión de la asimilación. Ahora se empieza a dar un conocimiento del espacio, si bien de forma deficiente ejercicios de diversos esquemas sensomotores y una finalidad.

#### b) Coordinación de las diversas sensaciones

La coordinación entre las diversas sensaciones es el segundo fenómeno que, como ya hemos indicado, está en la base de la inteligencia senso-motriz.

Al iniciarse el período senso-motor los ejercicios de los diversos reflejos funcionan aisladamente, pero a medida que el niño se va desarrollando se manifiesta no sólo una extensión de la asimilación a ejercicios no propios del reflejo sino una coordinación entre los diversos sentidos. El niño no sólo coge lo que

ve sino que lo lleva a la boca en un intento de conocerlo mejor a través de todos los medios que tiene a su alcance..

Una vez más se nota aquí la presencia de la actividad total del organismo que está presente como totalidad en todas las actividades del sujeto. Es decir, la acción viene no de tal reflejo, de tal sentido aisladamente, sino de la acción organizadora y global que es la del sujeto y que no es otra cosa que el mecanismo de la asimilación.

La coordinación entre esquemas senso-motores diversos junto con las acomodaciones senso-motrices son los que conducirán al niño a sobrepasar lo absolutamente inmediato para dotar a los cuadros percibidos de un comienzo de continuidad.

Esta coordinación no implica ninguna permanencia concebida como independiente de la acción y de las percepciones actuales. La formación del objeto está muy lejos todavía pero son actos que anuncian la constitución del objeto.

Las coordinaciones intersensoriales contribuyen, pues a solidificar la realidad que rodea al niño organizando sus primeras acciones.

### Proceso de descentración

Durante los dieciseis primeros meses de la vida del niño y muy ligado al mecanismo de la asimilación se produce un proceso que Piaget denomina "descentración", y que gracias a él se va construyendo en el niño el objeto permanente, las categorías del espacio y tiempo, la causalidad, etc. Subestructuras en el nivel sensorio-motor de las futuras nociones correspondientes en el período operatorio.

Cuando se habla de descentración, quiere decirse que antes ha existido centración y es que el recién nacido está centrado enteramente en su cuerpo y en su propia acción, siendo al mismo tiempo inconsciente de sí mismo.

Esta incongruencia no es tal si consideramos que el niño va teniendo en cuenta otros objetos de su alrededor, otras situaciones y a su propio cuerpo como un objeto más entre las cosas.

El niño en lugar de adaptarse objetivamente a la realidad asimila a la acción propia esta realidad deformando las relaciones según su punto de vista. De ahí viene el desequilibrio entre la asimilación y la acomodación que irá superando a medida que la coordinación se



afianza en su pensamiento.

Naturalmente esta deformación de lo real en función de la acción y del punto de vista propio es el resultado de la indisociación de lo subjetivo y de lo objetivo. En palabras de Wallon "el niño piensa optativamente antes que indicativamente" (18).

El egocentrismo infantil es un fenómeno esencialmente de indiferenciación: confusión del punto de vista propio con el del otro o de la acción de las cosas y las personas con la actividad propia.

Ahora bien en función de la descentración que culminará en las operaciones del pensamiento se irá produciendo la coordinación de las propias acciones, de agrupamiento de los desplazamientos externos de construcción del objeto sustancial (19).

#### El objeto permanente: su formación

Al observar el mundo del recién nacido se pue-

---

(18) Wallón, H.: Los orígenes del pensamiento en el niño. Nueva Visión, Buenos Aires, 1976, pág. 236.

(19) Piaget, J.: Introducción a la epistemología genética. Vol. II. Pág. 104.

de comprobar que es un mundo sin objetos, lleno de cuadros que parecen y desaparecen sin que estén dotados de consistencia. Lo más que pueden producir en el recién nacido es irritación cuando lo que desaparece está ligado a sus necesidades más inmediatas como puede ser el biberón. "Durante los primeros meses el objeto no existe fuera de la acción y únicamente es la acción la que confiere las cualidades constantes" (20).

A medida que va creciendo, el niño que desarrolla sus capacidades sensoriales y motrices y que ha comprobado que algún movimiento suyo trae o lleva consigo el movimiento de algún objeto, piensa que cualquier acción suya (movimiento de una cuerda, balanceo, etc...) puede hacer aparecer el objeto desaparecido. A esto se refiere Piaget al hablar del pensamiento mágico-fenomenista.

Al principio de este período no existe conocimiento ni del espacio, ni del tiempo, ni de la causalidad ni del objeto permanente. Pero gracias a los esquemas sensomotores que se van enriqueciendo con el ejercicio y el esquematismo de la asimilación, el mundo del niño va dejando de ser cuadros fluctuantes sin conexión, -

---

(20) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño.  
Pág. 94.

que él domina a su capricho y que hace aparecer y desaparecer en medio de un caos que le desborda.

Ahora bien, entre el nacimiento y la última etapa del desarrollo de la inteligencia senso-motriz, o sea durante los dieciocho primeros meses, más o menos, - van a observar como el niño partiendo de un mundo sin permanencias : sustanciales ni objetos, con espacios senso-motores múltiples y centrados en el propio cuerpo, sin otro tiempo que el instante vivido por la acción propia, concluye en una formación del universo formado por objetos permanentes, constituido por un espacio práctico único, relativamente descentrado (puesto que abarca su propio cuerpo como un elemento entre los demás) y que se desarrolla en series temporales que son suficientes para la anticipación y reconstitución práctica (21).

El niño empieza, pues, por comportamiento que implican un universo sin objetos permanentes, formado - por cuadros que se reconocen, pero que aparece y vuelven a desaparecer sin coordinación de los desplazamientos ni en el espacio ni en el tiempo.

Los distintos estadios por los que pasa el ni-

---

(21) Piaget, J.: La formación del símbolo en el niño. - Pág. 358.

ño en su desarrollo intelectual antes de llegar a la for  
mación del objeto permanente los describe Piaget detalla  
damente en su obra: "La construcción de lo real en el ni  
ño".

Sin detenernos en un análisis de esos estadios  
si conviene señalar que la formación del objeto perma-  
nente tiene una importancia decisiva en el tema que nos  
ocupa debido a que "desde el punto de vista de la conser  
vación de la materia y del peso, el niño vuelve a pasar  
en el plano del pensamiento perceptual y reflexivo por -  
estadios análogos a aquellos por los que atraviesa desde  
el punto de vista de conservación del objeto, en el pla-  
no senso-motor. Así como el lactante comienza por creer  
que los objetos se diluyen cuando no son percibidos -  
igualmente el niño de seis años piensa aún que la canti  
dad de la materia aumenta o disminuye según la forma que  
tome el objeto y que una sustancia que se disuelve desa-  
parece totalmente" (22).

Para la elaboración del objeto permanente son  
necesarios tres procesos constitutivos:

---

(22) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño.  
Pág. 333.

- La coordinación de los esquemas que permiten conferir a cada uno de los cuerpos u objetos una multiplicidad de cualidades solitarias.
- La acomodación de los órganos que permiten - la reaparición de los cuerpos.
- La deducción propia de los razonamientos senso-motores, que permiten comprender sus desplazamientos y conciliar su permanencia con las variables aparentes.

Estas tres condiciones o factores funcionales -precisión, coordinación y deducción- cambiarán necesariamente de estructura cuando pasan del nivel senso-motor al del lenguaje y cuando los sistemas de clases y - de las operaciones conceptuales reflexivas sustituyan a los esquemas prácticos. "Sólo la percepción y la motricidad efectivas seguirán ejerciendo tal cual son sin - cargarse de significaciones nuevas ni integrarse en nuevos sistemas de percepción" (23).

De suyo el objeto sustancial es un producto

---

(23) Piaget, J.: Psicología de la inteligencia. Pág. 16

de acción o de la inteligencia senso-motriz. Por eso "la noción de objeto lejos de ser innata o dada repentinamente en la experiencia, se construye paso a paso" (24)

En este proceso de construcción se pueden distinguir, según Piaget, seis estadios que se corresponden con los del desarrollo intelectual.

Durante los dos primeros (estadios de los reflejos y de los primeros hábitos) el universo infantil está formado por cuadros susceptibles de ser reconocidos pero no presentan permanencia sustancial ninguna ni organización espacial.

Durante el tercero (estadio de las reacciones circulares secundarias) se confiere a las cosas un comienzo de permanencia como prolongación de los movimientos de acomodación, pero no se observa todavía ninguna búsqueda sistemática de un objeto desaparecido o ausente.

En el cuarto (aplicación de esquemas conocidos a situaciones nuevas) cuando el niño empieza a buscar el objeto desaparecido, es decir, a concederle un principio

---

(24) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño. Pág. 16.

de permanencia sustancial, pero sin tomar en cuenta los desplazamientos visibles, como si el objeto estuviera - ligado a una situación particular.

En el quinto estadio el objeto está constituído como sustancia individual permanente e inserta en - grupos de desplazamientos, pero el niño se muestra incapaz de tener en cuenta los cambios de posición que se - operan fuera del campo de la percepción directa.

Al fin, en el sexto estadio, hacia los dieciseis meses el objeto se constituye a título de sustancia individualizada conservándose a través de los desplazamientos que aseguren su posible regreso.

De esta manera el niño llega a la formación - del objeto permanente y en correlación con esta construcción de la inteligencia senso-motriz se construyen dos esquemas perceptivos fundamentales: la construcción del tamaño y de la forma, es decir, la percepción habitual del objeto (25).

Esto se explica por el hecho de que, para percibir la constancia habitual de la forma, tiene que manipular el objeto, verle en sus diferentes perspectivas - y reconocerle. Pero esto no sucede hasta que el niño no es capaz de buscar el objeto tras el obstáculo que lo ocul

ta. Parece como si la permanencia y la forma constante del objeto estuvieran ligadas entre sí.

Se debe precisamente a la asimilación generalizada el hecho de que el esquema senso-motor se abra cada vez más a acciones ricas y diferenciadas que van a determinar el esquema preceptivo. La acción y la percepción sirven al recién nacido para reconocer acciones, si tuaciones y para reconocerse a sí mismo en medio de los objetos y de las situaciones.

"En los primeros estadios el niño percibe las cosas a manera de un solipsista que se ignora a sí mismo como sujeto y como si sólo conociese sus propias acciones. Pero a medida que coordina sus instrumentos intelectuales, se descubre situándose como sujeto activo entre otros en un universo exterior a sí" (26).

En la medida en que se opera este pasaje del egocentrismo integral e inconsciente de los primeros estadios a la localización del propio cuerpo en un universo exterior se construyen los objetos. En la medida

---

(25) Piaget, J.: La formación del símbolo en el niño. - Pág. 364.

(26) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño. Pág. 317.



en que las cosas se desprenden de la acción propia y en que ésta se sitúa entre el conjunto de las series de acontecimientos del ambiente, el sujeto se ve obligado a construir un sistema de relaciones para comprender estas series y para comprenderse en relación con ellas.

Organizar tales series supone constituir a la vez una red espacio-temporal y un sistema de sustancias y de relaciones de causa a efecto.

De este modo resulta que la constitución del objeto permanente es inseparable de la del espacio, del tiempo y de la causalidad: "un objeto es un sistema de cuadros perceptivos dotados de una forma espacial constante a través de sus desplazamientos sucesivos y que constituye un término aislable en series causales que transcurren en el tiempo" (27). Resulta así que la formación del objeto permanente es solidaria de la del universo en su conjunto.

Pero para comprender que el objeto constituye un móvil independiente, susceptible de múltiples desplazamientos, es necesario que la percepción y que la acción constituyan un todo unitario bajo la forma de es-

---

(27) Piaget, J.: La construcción de lo real en el niño. Pág. 90.

quemados senso-motores.

¿A qué se debe, entonces, la aparición del objeto permanente?. Piaget empieza negando la primacía de la percepción. Esta es sólo capaz de producir instantáneas que corresponden a un solo punto de vista. La percepción sin el esquema senso-motor, cuyo eje central es la acción, sería incapaz de dicha formación.

Es preciso anticipar y se anticipa con la acción, no con la percepción. Esta depende totalmente de los aspectos visuales del objeto; en ausencia del mismo se queda sin punto de referencia y, por tanto, ni anticipa ni tiene sentido.

El desarrollo de las percepciones no es suficiente para explicar el de la inteligencia ni tampoco el de las nociones que lleva implícitas. Esto se explicará por la acción y por los esquemas senso-motores y - estos en sí mismos no son perceptibles (28).

La formación del objeto permanente es de capital importancia para el desarrollo de la inteligencia senso-motriz. La acción encaminada a la búsqueda del ob

---

(28) Piaget, J.; Inhelder, B.: Psicología del niño. Pág.53.

jeto pone en marcha una serie de mecanismos perceptivos, n-o sólo visuales, sino también táctiles, cinestésicos, etc.

La coordinación de las diferentes esferas sensitivas enriquecidas y dirigidas por la acción del esquema sensomotor es la responsable de la formación del objeto permanente que viene a ser en la etapa senso-motriz lo que la noción de conservación será en la etapa operatoria.

Supone un momento muy importante en la progresiva maduración y en la extensión de la asimilación. Se podría afirmar que es el punto fundamental de la subestructura senso-motriz de las nociones operatorias.

Un buen funcionamiento del esquema senso-motor garantiza una normal aparición y desarrollo de las posteriores estructuras operatorias.

Pero una vez más conviene recordar que en la base de todo está el mecanismo de la asimilación: "el conocimiento cuya formación puede seguirse en el niño, es esencialmente asimilación activa y operatoria" (29).

---

(29) Ibidem, pág. 38.

Resulta, pues, evidente que el objeto no es un dato, sino una construcción (30). Dicha construcción gradualmente se va desarrollando a lo largo del período sensorio-motor y ya supone el fundamento de futuras nociones operativas. Por eso afirma Piaget: "desde el punto de vista de la conservación de la materia y del peso el niño vuelve a pasar en el plano del pensamiento conceptual y reflexivo, por estadios análogos a aquellos que atraviesa desde el punto de vista de la conservación del objeto, en el plano sensorio-motor. Así como el lactante comienza por creer que los objetos se diluyen en la nada - cuando no son percibidos, para resurgir cuando entran en el campo perceptivo, igualmente el niño de seis años piensa que aún la cantidad de materia aumenta o disminuye según la forma que toma el objeto, y que una sustancia que se disuelve desaparece totalmente" (31).

Carece, pues, de fundamento la oposición entre motricidad y cognición; es más carece totalmente de sentido desde el punto de vista genético ya que el sujeto, como hemos expuesto, se conoce a sí mismo y conoce el -

---

(30) PIAGET, J.: El nacimiento de la inteligencia en el niño. Pág. 283.

(31) PIAGET, J.: La construcción de lo real en el niño. pág. 333.

mundo que lo rodea desde la acción. Precisamente la -  
concepción más original de la teoría epistemológica de  
Piaget consiste en poner de manifiesto que la acción es  
constitutiva de todo conocimiento.

Más adelante expondremos que la característi-  
ca fundamental del pensamiento operatorio es la rever-  
sibilidad. En el nivel senso-motor no se da. Sin embar-  
go, sí se da un progreso en aquella dirección y es la -  
adquisición de la noción de objeto permanente siempre -  
en función de su localización.

Se da una reversibilidad de los desplazamien-  
tos y una conservación, que aunque no son completos por  
falta de representación y están muy ligados a la acción  
senso-motriz, tienen, sin embargo, un gran interés por-  
que constituyen también el fundamento de la auténtica -  
conservación y reversibilidad operatorias o interioriza-  
das, es decir, de la reversibilidad propiamente dicha.

#### B. Etapas pre-operatorias: Acción -representación-descentración

Durante el período senso-motor el niño lleva-  
ba a cabo la adaptación mediante la sensación y la res-  
puesta motriz. Al término de este período aparece una -

función nueva de capital importancia para la evolución de posteriores desarrollos de las estructuras intelectuales. Esta nueva función consiste en la capacidad para representar algo por medio de un significante diferenciado.

Esta representación que caracteriza toda la etapa pre-operatoria no surge de una manera inconexa, sino que tiene un punto de arranque en la asimilación generalizadora de la etapa senso-motriz que llevaba al organismo a actuar como globalidad.

Merced a la extensión de la asimilación la acción se enriquece y, por tanto, se enriquece también la estructura senso-motriz. De esta manera llega un momento en que el organismo no necesita tener delante el objeto para ejercer su acción, sino que en su ausencia puede evocarle y además de una manera diferenciada: un significante para cada significado.

Pero no debe pensarse que el niño ha sustituido sin más la inteligencia senso-motriz por la representación en la práctica de sus funciones adaptativas, sino que lo que ha tenido lugar es un proceso de interiorización de la inteligencia senso-motriz. El niño ya no necesita actuar en el espacio externo, sino que lo puede hacer en el espacio representativo.

Tampoco se puede pensar que la representación interna del mundo externo consiste simplemente en una especie de fotografía o imagen que el niño conserva en su interior y que en cualquier momento está dispuesto a ofrecer la información que antes obtenía por la percepción.

Piaget habla de unas conductas de aparición casi simultánea y que implican la evocación representativa de un acontecimiento ausente u objeto. Estas conductas son:

1. La imitación diferida: imitación en ausencia de modelo.
2. El juego simbólico: la representación se ve enriquecida por gestos imitadores acompañados de objetos que se han hecho simbólicos.
3. El dibujo: intermedio entre el juego y la imagen mental.
4. La imagen mental: aparece como una imitación interiorizada.
5. La evolución verbal de acontecimientos ac-

tuales, para los que el niño tiene ya significantes diferenciados (32).

Ahora bien, todas estas conductas tienen en común que no son filiación directa de situaciones y objetos percibidos en el momento, sino que son debidas al uso de significantes diferenciados y suponen ya representaciones en el pensamiento.

#### La función simbólica

El período senso-motor implica un desarrollo rápido y notable de los esquemas conductuales. El recién nacido sólo dispone de esquemas estructurales, de conductas somáticas proporcionadas por la herencia. Después de un período de desarrollo muy extenso, de aproximadamente dos años, el niño ya puede interactuar de una manera muy eficaz con su mundo inmediato de cosas y personas.

Posee esquemas que le permiten manipular objetos y utilizarlos como medios para la consecución de

---

(32) PIAGET, J.: Psicología de la inteligencia. Pág. 173.



sus objetivos. Experimenta y manipula los objetos a fin de conseguir una comprensión práctica de sus propiedades.

Pero todas estas habilidades, aunque útiles, son, sin embargo, concretas. Es decir, limitadas al objeto que se halla inmediatamente delante o presente.

Con la función simbólica el niño comienza a desarrollar la capacidad para hacer que algo (un símbolo mental, una palabra, un objeto...) represente o reemplace a otra cosa que no se halle presente.

La capacidad de simbolizar hace posible que el niño opere en niveles nuevos.

Al hablar de la función simbólica Piaget hace una distinción entre el símbolo y el signo.

El símbolo es una unidad fundamental en el pensamiento representativo. Su carácter básico consiste en que se presenta como motivado, es decir, sin dejar de ser significativo diferenciado guarda cierta semejanza con su significado a diferencia del signo que al tener un carácter social es arbitrario y convencional (33).

La psicología emplea los conceptos de signi-

ficante y significado, de símbolo y signo, en la misma forma en que lo hace la lingüística pero además realiza una importante aportación desde el punto de vista genético.

En efecto, en lingüística, el concepto de símbolo y signo poseen unas características diferentes y en gran parte contrapuestas: la subjetividad del símbolo se opone a la convencionalidad del signo; la arbitrariedad de éste es asimismo una característica que no posee el símbolo. Si bien los lingüistas hablan de símbolos colectivizados e incluso de signos individuales (aunque para ser individuales ya no pueden ser símbolos puros) en ningún momento aparece la posibilidad de considerar el símbolo como un momento evolutivo previo al signo, tal como se concibe en psicología desde el punto de vista genético.

En los niños los símbolos indican acción y creación y enriquecen la etapa pre-operatoria. No son creación absoluta, pues, dependen de la imitación. Pero tampoco son sólo imitación.

Los signos, en cambio, han de cumplir el prin

cipio de la arbitrariedad. Dicho principio supone que el signo no conserva ningún vínculo de tipo perceptivo que recuerde la realidad que representa.

Pero además, para que sea realmente comunicable ha de reunir otras propiedades como son:

-Estabilidad: un signo ha de mantenerse idéntico en cuanto que representa una realidad, aunque ésta cambie de contexto. De lo contrario la comunicación no queda establecida.

-Convencionalidad: un signo ha de establecerse en común acuerdo entre los miembros que lo empleen.

-Posibilidad de cambio: un signo se puede - cambiar siempre y cuando el grupo social que lo va a - emplear lo conozca y se ponga de acuerdo en hacerlo.

La arbitrariedad en el signo es condición - para las otras tres propiedades. En efecto, si anulamos la arbitrariedad deja de ser posibles las otras - tres propiedades.

El símbolo conserva un vínculo natural entre el significante y significado. Va a ser el medio que - el niño utiliza para llegar a la comprensión de los -

signos, que en un principio no entiende.

La función simbólica se manifiesta de varias maneras. Durante el período pre-operacional el niño comienza a utilizar símbolos mentales, a actuar en juegos simbólicos y a utilizar palabras.

¿Cómo llega el niño a los símbolos mentales?

Se puede responder a esta pregunta de dos formas distintas. Una explicación consiste en que la capacidad de simbolizar es una función completamente nueva que hace su aparición en el niño cuando tiene aproximadamente dos años de edad.

Otra posibilidad es la que aporta Piaget: la función simbólica se debe a la imitación y tiene sus precursores en el período senso-motor.

Piaget argumenta que la imitación es la antesala senso-motriz del simbolismo mental. En el período sensomotor, el niño conoce las cosas actuando sobre ellas. Los niños de más edad, por el contrario, realizan la imitación de una manera interna y los movimientos somáticos abreviados constituyen un símbolo mental.

Hay que tener en cuenta que cuando Piaget se

refiere al símbolo como imitación interna, lo utiliza en un sentido muy amplio con el fin de tener en cuenta la imagen visual.

En un ejemplo hipotético pone de manifiesto estos extremos señalados. Cuando un niño ve una silla, su percepción se acomoda a ella. Sus ojos pueden seguir el perfil de la misma, pueden enfocarla para situarla en el espacio, etc... De esta manera el niño establece una serie de relaciones que conciernen a la silla (espacio, tamaño, color, etc.), que tomadas juntas forman la percepción del objeto.

En otras palabras, el medio ambiente no se limita a imponer la percepción de la silla. En vez de esto, la percepción del niño deriva de su propia actividad a partir de una serie de movimientos complejos del cerebro y del sistema nervioso.

En un momento posterior cuando no esté presente ya la silla, el individuo puede repetir de manera abreviada los movimientos implicados en la percepción inicial de la silla. Ahora se puede apreciar el papel de la percepción. La imitación interna y abreviada de la actividad perceptiva constituye la imagen visual de la mesa.

Puesto que una imagen de un objeto rara vez es tan rica o detallada como la percepción original, la imagen representa o simboliza meramente el objeto real.

En resumen, el símbolo mental puede incluir una imagen visual y esta última la habrá que considerar como la imitación interna del objeto percibido al principio.

La imitación interna toma la forma de imagen toscamente definida y esta imagen constituye el primer significante (cuyo significado es la acción, objeto o palabra, de la cual la imagen es una réplica reducida y esquematizada).

Piaget lo explica así: "La génesis del símbolo individual queda aclarada por el desarrollo de la imitación. Durante el período senso-motor la imitación sólo es una prolongación de la propia acomodación a los esquemas de la asimilación: cuando sabe que está ejecutando un gesto, el sujeto que percibe un movimiento análogo (en los otros o en las cosas) lo asimila al suyo, y como esta asimilación es tanto motriz como perceptiva, determina el esquema propio. A continuación el nuevo modelo provoca una respuesta asimiladora análoga, pero el esquema activado se acomoda entonces a las particularidades nuevas; en el sexto estadio, esta

acomodación imitativa se hace incluso posible en el estado diferido, lo que anuncia la representación. La imitación propiamente representativa no comienza, por el contrario, sino en el nivel del juego simbólico, porque, como éste, ella supone la imagen. Pero ¿la imagen es causa o efecto de esta interiorización del mecanismo imitativo?. La imagen mental no es un hecho primario, como por mucho tiempo lo ha creído el asociacionismo; es, como la imitación, una acomodación de los esquemas senso-motores, es decir, una copia activa y no un rastro o un residuo sensorial de los objetos percibidos. Ella es, pues, imitación interior, y prolonga la acomodación de los esquemas propios a la actividad perceptiva, al igual que la imitación de los niveles anteriores prolonga la acomodación de los esquemas senso-motores (lo que se hallan precisamente, en la fuente de la actividad perceptiva)" (34).

La formación del símbolo se explica, pues, como la imitación diferida, es decir, acomodación que se prolonga en esbozos imitativos, que proporciona los significantes que la inteligencia o el juego simbólico aplica a significantes diversos, según los modos de asimilación que caracterizan esas conductas.

---

(34) Ibidem, pág. 171.

Una vez que el niño posee la capacidad de evocar imágenes significantes ya puede emplearlas como esbozos anticipatorios de acciones futuras.

El papel de la asimilación en el desarrollo de la función simbólica ofrece nuevas dificultades. La asimilación proporciona el significado al que se refiere el significante (derivado de la imitación).

Resulta de este modo que al igual que en la inteligencia senso-motriz, la representación es el resultado de una sociedad diferenciada de asimilación y acomodación.

De todas formas Piaget no deja de llamar la atención respecto al hecho de que estas invariantes - se hacen considerablemente más complejas en aquellos - casos en que participan las representaciones.

Ahora el niño no sólo asimila los objetos y se acomoda a ellos en el campo perceptual inmediato, - como hacía en el período senso-motor, sino que al mismo tiempo debe llevar a cabo una serie adicional de asimilaciones y acomodaciones, debe asimilar los datos - presentes al significado ausente y también acomodarse a este último por medio de la imagen imitativa evocada. Con palabras del mismo Piaget:



"La diferencia fundamental entre el equilibrio senso-motor y el equilibrio representativo es - que, en el primero, la asimilación y la acomodación - siempre tienen lugar en el presente, mientras en el - segundo las asimilaciones y las acomodaciones anteriores siempre se mezclan con las del presente. Es verdad que ya el mismo esquema senso-motor es el pasado que actúa sobre el presente, pero la acción no está - situada en el pasado del mismo modo en que lo está, - por ejemplo, un recuerdo evocado a diferencia de un - hábito. Por otra parte, lo que caracteriza la representación es que las acomodaciones persisten en el presente como "significantes" y las asimilaciones anteriores como "significados". De este modo la imagen mental, la continuación de acomodaciones anteriores, interviene - como simbolizador tanto en la actividad lúdica como en la intelectual, gracias a lo cual (y, claro está, a - los signos verbales, colectivos, que la acompañan en - el pensamiento individual) los datos presentes pueden asimilarse a los objetos no percibidos, meramente evocados, es decir, objetos que han tomado significados - proporcionados por asimilaciones anteriores. En el plano representativo las acomodaciones son así bifacéticas: presentes (acomodaciones simples) y pasadas (imitaciones e imágenes representativas) y lo mismo puede decirse de las asimilaciones, que son presentes (incorporación de datos en esquemas adecuados) y pasadas (co

nexiones establecidas entre estos esquemas y otros, cu yos significados son meramente evocados, y no provocados por percepción presente)" (35).

Piaget afirma enfáticamente que el pensamiento representacional no comienza ni es el resultado de la incorporación de signos verbales del ambiente so cial. Mas bien, para él, los primeros significantes - son signos privados, no verbales, que aparecen al final del período senso-motor y que se transforman a tra vés de la imitación en imágenes significantes.

Cuanto más pequeño es el niño, más insuficientes le resultará el sistema de signos colectivos - hechos, en parte, por ser inaccesibles y rebeldes a su dominio y en parte, porque tales signos verbales serán por mucho tiempo ineptos para expresar lo individual, sobre lo que el sujeto permanece centrado.

Esa es la razón por la que, mientras domine la imitación egocéntrica sobre la actividad propia, el niño tendrá necesidad de símbolos propios: de ahí la ne cesidad del juego simbólico o juego de imaginación (36).

---

(35) PIAGET, J.: Play, dreams and imitation in childhood. Norton, New York, 1951, pág. 241.

Por tanto, no es la función del lenguaje la que da lugar a la función simbólica. Por el contrario, la función simbólica es una adquisición muy general y básica que hace posible la adquisición de los símbolos privados que utiliza el niño y de los signos de carácter social.

Los primeros significantes que utiliza el niño tienen, pues, las propiedades de los símbolos privados antes que de los signos sociales.

El paso, pues, del acto motor al pensamiento se opera, tanto para Piaget como para Wallon, gracias a la imitación y al juego de ficción. Pero la explicación que cada uno de ellos da de ese paso es diferente. Para Wallon, existe una radical discontinuidad entre el espacio representativo y el espacio senso-motor (37).

Para Piaget, la base son los esquemas y su progresiva asimilación, la actividad cinético-práctica.

Así pues, en la imitación y en el juego sim-

---

(36) PIAGET, J.: Psicología de la inteligencia. Pág.173.

(37) WALLON, H.: Los orígenes del pensamiento en el niño. Nueva Visión, Buenos Aires, 1976.

bólico aparecen la imagen y el símbolo que se deriva de ella. Pero el símbolo es de carácter estrictamente individual. Es precisamente esta función simbólica individual la que hace posible el lenguaje y la adquisición de los signos colectivos.

Para Piaget, el lenguaje, lo mismo que la imagen mental, es una función semiótica pero no figurativa, salvo en lo concerniente a la expresividad, el juego de las metáforas, el lenguaje efectivo, etc.. Ante la cuestión sobre si el lenguaje constituye o no un elemento formativo de la lógica del niño.- Piaget adopta un punto de vista inverso a la mayoría de los psicolingüistas. Textualmente afirma que "el lenguaje articulado, transmitido socialmente por la educación, no parece, pues, necesario para la formación de las estructuras operatorias, aunque sí desempeña una importante función coadyuvante y constituye acaso la condición necesaria, aunque no suficiente, para el acabado total de esas estructuras bajo sus formas generalizadas (37-b).

---

(37-b) PIAGET, J.-INHELDER, B.: Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificación y seriación. Ed. Guadalupe. Buenos Aires, 1976, pág. 13.

Por ello el pensamiento precede al lenguaje. Este sólo le ayuda a alcanzar las formas de equilibrio superiores por medio de una esquematización y una abstracción más móviles.

La representación que aparece a los 10 meses aproximadamente está inducida por la acción y esquemas motores, que se interiorizan y en la rapidez de la combinación de los esquemas.

Entre acción y pensamiento hay continuidad. Por eso al final de la etapa senso-motriz aparece la invención y el carácter repentino de la solución de los problemas.

Para Wallon, en cambio, entre lo sensomotor y lo representativo, entre lo que él denomina inteligencia de las situaciones y la inteligencia discursiva, hay discontinuidad, hay oposición, en cuanto al plano de la orientación.

---

se esfuerza por demostrar que la adquisición del lenguaje está subordinado al ejercicio de la función simbólica que se apoya en el desarrollo de la imitación y del juego.

### La imagen mental

Ya hemos indicado que, para Piaget, la imagen aparece como una imitación interiorizada y al mismo tiempo prolonga la acomodación de los esquemas sensoriomotores que constituyen la actividad perceptiva y - que están siempre presentes (38).

La imagen mental no es otra cosa que la acomodación de los esquemas senso-motores, que se han desarrollado en imitaciones exteriores, pero que se ha interiorizado y prolonga la actividad senso-motora que dirige aún la percepción y la motricidad. La imagen es a la vez imitación senso-motora interiorizada y esquemas de imitaciones representativas (39).

Uno de los fundamentos que tiene para afirmar esto es que la evocación interior de un movimiento desencadena las mismas ondas eléctricas corticales o - musculares que la ejecución material del movimiento; es

---

(38) PIAGET, J.: La formación del símbolo en el niño.  
pág. 105.

Psicología de la inteligencia. Pág. 171.

(39) PIAGET, J.: La formación del símbolo en el niño.  
pág. 380.

como si se llevase a cabo un movimiento sin señales externas, un movimiento interiorizado.

Esta misma razón es la que hace dudar a Piaget sobre la posibilidad de que las imágenes mentales se deban a la percepción. En la percepción el sujeto - es estático; percibe solamente aspectos figurativos y en la imagen en cambio hay movimiento, hay imitación, en definitiva, hay acción (40).

Otra de las razones que hace dudar a Piaget sobre la paternidad de la percepción respecto de la - imagen es la de que, si fuera así, el niño desde el nacimiento tendría que tener imágenes y, sin embargo, no se nota su presencia durante el período senso-motor.

La imagen, pues, no es un elemento extraño - que viene a intercalarse en un momento dado en el desarrrollo de la imitación, sino que constituye una parte integrante del proceso de la acomodación imitativa: - imitación interiorizada como resultado de la imitación exteriorizada y que marca el punto de conjunción de lo senso-motor y de lo representativo (41).

---

(40). Ibidem, pág. 105

(41) PIAGET, J.: Ibidem, pág. 380.

Piaget, estudiando la clase de imágenes que posee el niño en la etapa pre-operatoria, concluye - que son casi exclusivamente imágenes estáticas y que - son muchas las dificultades con que se encuentra el niño para poder reproducir imágenes de movimientos y de transformaciones (42).

Si la imagen surgiese de la percepción el niño no se encontraría con estas dificultades. La explicación estaría en que cualquier imagen mental reproductora o anticipadora, que sugiere movimiento o transformaciones, se apoya sobre las operaciones y estas no - son propias de esta etapa pre-operatoria.

La imagen mental es una especie de bosquejo del gesto que logró una adaptación en el período sensorio-motor. Dicho bosquejo supone una intención de actuar que no culmina en la acción, pero que está igualmente comprometida en el cuerpo.

Imaginarse algo es adoptar las actitudes corporales "como si" el objeto o la persona estuviera presente. La imagen mentales, pues, el gesto insinuador -

---

(42) PIAGET, J. - Inhelder, B.: Psicología del niño, - Pág. 82.



que hace presentes las actitudes que se adoptarían respecto del objeto o de la situación evocada.

Pero para hacer presente el objeto es preciso imitarlo, es decir, identificarse con él y percibirlo en los movimientos corporales. La imagen del objeto se transforma así para el niño en el gesto imitativo - del objeto.

Con palabras de Henry Wallon: "El gesto puede hacer presente el objeto ausente y sustituirlo... El gesto puede ser también un medio de establecer analogías que difícilmente podrían formularse de otra forma". Y más adelante el mismo autor precisa: En su tendencia a unir entre sí por medio de un signo común impresiones - diversas utiliza el gesto. Las situaciones en lugar de seguir siendo particulares, son así agrupadas, a veces más o menos confundidas, en serie análogas, cuando se - prestan a la repetición de la misma acción con la que - se ha familiarizado el niño" (43).

Según esto el niño ya no necesita acudir al mundo exterior para que el objeto se manifieste, para

---

(43) WALLON, H.: Del acto al pensamiento. Pág. 108-109.

hacer presente el objeto. Es suficiente que lo imite - para que éste se manifieste y se haga presente.

Pero al mismo tiempo su cuerpo también posibilita que el niño actúe como si estuvieran presentes objetos y situaciones que nunca han vivido.

Ahora se entiende mejor qué se quiere decir cuando se habla de inteligencia senso-motriz. En realidad el niño no ha metido nada dentro de su psique, - sino que en sus relaciones con el mundo llega un momento en que puede prescindir de él, de tiempo en tiempo, y utilizar los gestos corporales que aprendió en la - etapa sensomotriz.

La dificultad que tiene el niño para producir imágenes anticipadoras se explicará también por el proceso de descentración. El niño del nivel pre-operacional está concentrado exclusivamente en un solo punto de vista, su punto de vista egocéntrico, respecto a lo que le ofrece la realidad. Es incapaz de ir de uno a otro, de compensar, de poner lo que le falta a un aspecto observado o quitar lo que le sobra.

En consecuencia el niño de esta etapa produce una imagen distorsionada de la realidad que se caracteriza por un énfasis en rasgos superficiales que se

hallan aislados de otros y que no se coordinan en un todo coherente.

Piaget piensa que la razón de esta deficiencia es una tendencia a concentrarse en las etapas iniciales y finales de una determinada situación y a despremiar los elementos intermedios que son responsables de los cambios.

A medida que se van desarrollando las estructuras intelectuales la imagen mental se va descentrando de lo intuitivo, va de un aspecto a otro compensando - los movimientos, las cantidades, las apariencias, etc. De este modo se va haciendo posible la reversibilidad y con ella surge una nueva etapa en el desarrollo.

"Pero la imagen no basta para engendrar estructuras operatorias; la imagen en sí misma es estática discontinua. Cuando después de los 7 u 8 años la imagen se hace anticipadora y, en consecuencia, mejor para servir de soporte a las operaciones, ese progreso no resulta de una modificación interna y autónoma de las imágenes, sino de intervención de aportaciones exteriores, debidas a la formación de las operaciones. - Estas se derivan, en efecto, de la acción en sí y no del simbolismo imaginado" (44).

Así pues, las imágenes dinámicas -las cinegéticas y de transformación- se presentan al mismo tiempo que el niño se convierte en un ser capaz de realizar operaciones concretas. Y aunque las imágenes y las operaciones son distinto tipo de entidades, la presencia de una reside en el funcionamiento de la otra. Las imágenes se convierten en un medio auxiliar y necesario para el pensamiento en la etapa de las operaciones concretas.

Pero antes de llegar a la etapa de las operaciones concretas el desarrollo intelectual ha de culminar el proceso de descentración iniciado en el período senso-motor.

Hemos descrito cómo la descentración había ayudado al niño a llegar a un conocimiento, muy precario todavía pero ya significativo, del objeto permanente, del espacio, del tiempo, de la causalidad. La descentración prosigue en el período pre-operatorio y va a repetir de manera sorprendente las mismas etapas con respecto a la construcción de los objetos alejados del espacio, y del tiempo, por las que había pasado en el período anterior.

El niño sigue utilizando sus propios símbolos, no distinguiendo su propio punto de vista del de los demás. Quiere hacer partícipes a los otros y a los objetos de sus puntos de vista, de sus intenciones y de sus propios deseos.

Aunque el niño ya tiene capacidad de representación, depende todavía de los aspectos configurativos de los objetos y de las situaciones. Esto le hace caer en francas contradicciones con los conocimientos anteriores. El niño aún no posee un sistema de equilibrio con el cual ordenar, relacionar y hacer coherente el mundo. Tanto su vida cognoscitiva como su vida afectiva son inestables, discontinuas, cambiantes de un momento a otro. No es capaz de centrar su atención en una serie de transformaciones sucesivas, en una totalidad integrada que las unifique y las haga lógicamente coherentes. Como ya hemos indicado, según Piaget, - sólo se fija en los estados iniciales y finales de los procesos sin captar las transformaciones de los mismos.

Esta centración irreversible de las primeras representaciones conceptuales se expresa socialmente - por un egocentrismo del pensamiento que se hace manifiesto en los distintos aspectos de la conducta del niño. Quizás a esta centración se deba la dificultad del

niño para jugar y relacionarse con los demás y que el proceso de descentración sea paralelo al de socialización. Por eso, para Piaget, la desaparición del egocentrismo se debe esencialmente a la socialización y a la cooperación del niño.

Cabe pensar que el proceso de centración sea el responsable de este largo período preoperacional.

El niño se encuentra ahora en el plano de la representación con las mismas dificultades con que se encontró en el plano de la acción inmediata.

Ahora para construir el espacio, el tiempo, el universo de las causas y de los objetos senso-motores o prácticos, el niño, dice Piaget, ha de liberarse de su egocentrismo perceptivo y motor. Será a través de una serie sucesiva de descentraciones cómo logra organizar un grupo empírico de desplazamientos materiales, - situando su propio cuerpo y sus propios movimientos en el conjunto de los demás.

Será a través de un proceso de descentración y de equilibrio progresivo de las acciones de toda clase por donde se hace el paso del pensamiento egocéntrico al operatorio.

La imposibilidad de coordinar los diversos - puntos de vista deriva de la falta o ausencia de los - "agrupamientos" propios de las operaciones. A este respecto Piaget afirma: "es así egocéntrico por inconscien- cia de su subjetividad, tanto en el plano social como - en el plano físico... Este egocentrismo intelectual no constituye nada más en muchos casos, que un defecto de coordinación, nada más que una ausencia de "agrupación" de las relaciones con los otros individuos y con las - cosas" (45).

B. Inhelder, refiriéndose al razonamiento de los débiles mentales y de los niños que no han llegado aún al período operatorio, puntualiza: "A falta de - "agrupamiento" no hay ausencia o pulverización de actividad intelectual, sino más bien una contradicción alre- dedor del polo antagonista, que es la actividad indivi- dual en la medida en que esta se opone a la actividad - de la razón; es la predominancia de la percepción sobre la elaboración intelectual, de lo subjetivo sobre lo - objetivo; en una palabra, exactamente la mentalidad que Piaget ha denominado el egocentrismo del razonamiento -

---

(45) PIAGET, J.: Psicología de la inteligencia. Pág. 217.

infantil" (46).

Al final del período el niño suple la falta de lógica por la intuición: mecanismo de interiorización de las percepciones y de las acciones bajo la forma de imágenes representativa y de experiencias mentales. Se asiste a una coordinación gradual de las relaciones representativas, es decir, a una conceptualización creciente que desde la base simbólica conducirá al niño hasta la base de las operaciones.

La mente del niño a través de su acción y de la propia experiencia comienza a captar intuitivamente las relaciones del mundo real.

A medida que el niño avanza en este proceso de descentración pasa de la intuición primaria, que no es más que una acción global, a la intuición articulada que ya sabe, en cierta medida, anticipar sobre la continuación de sus acciones y recordar sus estados anteriores.

A medida que el niño avanza en este proceso

---

(46) INHELDER, B.: El diagnóstico del razonamiento de los débiles mentales. Nova Terra, Barcelona, 1971, pág. 326.





de descentración pasa de la intuición primaria, que no es más que una acción global, a la intuición articulada que ya sabe, en cierta medida, anticipar sobre la continuación de sus acciones y recordar sus estados anteriores.

Estos principios de anticipación y reconstrucción preparan para las operaciones reversibles; "Así - pues, es suficiente prolongar esta acción interiorizada en el sentido de la movilidad reversible para transformarla en operación" (47).

La intuición evoluciona en el sentido de la descentración. "Cada deformación llevada al extremo implica la reintegración de las relaciones que se habían descuidado: cada relación que se establece favorece la posibilidad de un retorno; todo rodeo desemboca en interferencias que enriquecen los puntos de vista. Toda descentración de una intuición se traduce así por una regulación, que apunta en dirección de la reversibilidad" (48).

---

(47) PIAGET, J.: Seis estudios de psicología. Pág. 53.

(48) PIAGET, J.: Psicología de la inteligencia. Pág. 188.

A través, pues, de la experiencia y teniendo en cuenta sus éxitos y errores, el niño va corrigiendo progresivamente sus intuiciones atendiendo a todas las relaciones y dimensiones que había descuidado.

El niño de este período ya tiene desarrollado extraordinariamente el lenguaje, elemento imprescindible para el desarrollo intelectual. Pero no hay que olvidar que el niño interpreta las palabras con su propio sistema personal de significados, que también irá cambiando a medida que modifica su conocimiento sobre la realidad circundante.

Del realismo egocéntrico el niño pasa al realismo objetivo. Ya hemos indicado cómo al final del período sensorio-motor el niño culminaba en referir sus acciones a las relaciones existentes entre los objetos. Sin embargo, esto no se logra en el plano representativo hasta que el niño sea capaz de descentrar su propia acción. Esto que ya es difícil en el plano de la realidad resulta mucho más difícil en el plano de la representación.

En conclusión, el paso de la intuición a la lógica se realiza mediante la construcción de un sistema cognoscitivo con el que el niño organiza y manipula el mundo que le rodea. En estos sistemas empiezan a

equilibrarse y organizarse los distintos aspectos dando lugar a las operaciones reversibles propiamente dichas.

#### C. Las operaciones concretas

Ya hemos aludido anteriormente a la larga duración de la etapa preoperatoria, que a simple vista no parece estar justificada por nada. Una vez desarrollados los esquemas senso-motores, la función semiótica - podría permitir al niño una interiorización directa y rápida de las acciones en operaciones, y el objeto permanente prefigura la reversibilidad del pensamiento.

Sin embargo, hay que esperar más de cuatro - años para que el niño pueda interiorizar las acciones y abordar con firmeza la etapa de las operaciones concretas del pensamiento. Lógicamente cabe preguntarse a qué se debe esta larga duración de la etapa preoperatoria.

Piaget parte de la consideración que una conquista en la acción no se prolonga sin más en una representación adecuada.

Es cierto que el niño, merced al desarrollo - senso-motor, posee una acción más rica, explora el espacio y pone a prueba sus posibilidades motoras en un de-

roche de ejercicios. Sin embargo, la representación del espacio donde se mueve, la representación de todos los movimientos en todas sus direcciones y la representación de las relaciones topográficas que utiliza la acción, excede a sus posibilidades reales en la etapa pre-operatoria.

Piaget señala dos obstáculos que encuentra el niño en esta etapa y que justifican la duración de la misma: El primer obstáculo para la operación es la necesidad de reconstruir en ese nuevo plano que es el de la representación lo que ya estaba adquirido en el de la acción.

El segundo lugar, esa reconstrucción entraña un proceso formador análogo al que hemos descrito en el plano senso-motor: el paso de un estado inicial en el que todo está centrado en el cuerpo y la acción propios, a un estado de descentración en el que éstos están situados en sus relaciones objetivas con relación al conjunto de los objetos y de los actos señalados en el universo. Pero esa descentración ya laboriosa en el plano de la acción -añade Piaget- es mucho más difícil todavía en el de la representación, porque ésta atañe a un universo mucho más extenso y de mayor complejidad (49).

Ahora bien, este universo no es solamente físico, sino también interindividual y social y sobre él también recaerán las operaciones.

Entonces la descentración, entendida como proceso, hará que el niño pase de un ejercicio de la acción centrada en un universo físico y concreto, el suyo propio, a una acción sobre el universo social o interindividual. Este universo es el representado, donde la acción tiene cabida, pero una acción interiorizada, descentrada, y donde es posible tener y pensar al mismo tiempo en varias perspectivas distintas; donde es posible compensar y anticipar. En definitiva, en este universo tiene cabida la reversibilidad y las operaciones concretas.

La operación es una acción efectiva o mental. Presenta dos novedades por lo que respecta a las acciones precedentes. En primer lugar, es reversible, mientras que la acción inicial es irreversible. Ya hemos indicado la lentitud con que el niño adquiere la reversibilidad.

En segundo lugar, no se trata nunca de una acción única, sino de acciones coordinadas con otras acciones y esta composición entre acciones sucesivas se vuelve coherente por su reversibilidad.

Esta reversibilidad y coordinación no son otra cosa que la expresión del equilibrio conseguido por la asimilación y la acomodación.

¿Qué es, en efecto, se pregunta Piaget, una operación tal como reunir o disociar, situar o desalojar, ordenar o cambiar de orden?

Es, por una parte una imitación de las transformaciones posibles de lo real o sea un acomodo estable y continuo a los datos experimentales; pero es al mismo tiempo una acción del sujeto y una acción que se asimila a los datos que alcanza; asimilación que presenta el carácter notable de ser reversible, es decir, que en lugar de deformar los objetos reduciéndolos a la actividad propia, los enlaza unos a otros por conexiones susceptibles de desenvolverse en los dos sentidos y, esta reversibilidad no es otra cosa que la misma expresión del equilibrio permanente así alcanzado entre una acomodación generalizada y una asimilación que se ha vuelto por lo mismo no deformadora. La reversibilidad es, en efecto, la posibilidad de encontrar un estado anterior

de los datos no contradictorio con el estado actual - (asimilación) y un estado tan real y realizable como es te estado actual (acomodación). Ese equilibrio móvil y reversible es el que asegura la conservación de los - conceptos y de los juicios, y regula tanto la correspondencia de las operaciones entre individuos como el sistema conceptual interior de cada individuo (50).

Genéticamente las operaciones son acciones - propiaamente dichas y no sólo comprobaciones o aprehensiones de relaciones (51).

Al llegar al período de las operaciones la - coordinación, que ya existía en el período senso-motor, se manifiesta en equilibrio permanente. Dicha coordinación no es más que el pensamiento operatorio.

En efecto, dice Piaget: "un sistema de operaciones como las operaciones elementales de aritmética o de la geometría, o como las seriaciones y encajamientos lógicos, puede ser concebida como un conjunto de -

---

(50) PIAGET, J.: La formación del símbolo en el niño. Pág. 329.

(51) PIAGET, J.: Psicología de la inteligencia. Pág. 35.

transformaciones objetivas reproducidas sucesivamente - por experiencia mental o como sistema de combinaciones debidas a la actividad asimilativa del sujeto. Además el carácter propio de las operaciones es reversible: - ahora bien, la reversibilidad no se explica sino como el producto de este equilibrio entre la asimilación y la acomodación" (52).

En este sentido, la acomodación por sí sola resulta necesariamente irreversible, puesto que está sometida a las modificaciones de la realidad en un sentido único, y por medio de una acomodación sin asimilación el camino de retorno sería un nuevo camino.

Asímismo, la asimilación por sí sola es igualmente irreversible porque sin acomodación correlativa - deforma su objeto en función de las transformaciones de lo real, mientras que la acomodación debe tener en cuenta tanto los estados anteriores como los posteriores.

Es, pues, el equilibrio entre las dos tendencias lo que asegura la reversibilidad y crea la operación como tal, o acción que se convierte en reversible.

---

(52) PIAGET, J.: La formación del símbolo en el niño.  
Pág. 394.



Se da continuidad entre la operación y la intuición. La acomodación del pensamiento intuitivo depende aún de ciertas configuraciones, mientras que la acomodación operatoria se libera de toda influencia figurativa al relacionarse con las transformaciones como tales y no con la imagen de los estados aislados y estáticos. La asimilación operatoria prolonga la asimilación intuitiva y ésta la preconceptual.

Esto mismo es lo que explica que las estructuras senso-motrices, simbólicas e intuitivas acaben por desembocar en estos sistemas generales de acciones que constituyen las operaciones racionales.

"Los estadios están en adelante subordinados a las transformaciones y éstas, estando descentradas de la acción propia para hacerse reversibles, dan cuenta a la vez de las modificaciones en sus variaciones compensadas y del invariante implicado en la reversibilidad" (53).

El resultado de este juego de regulaciones es el agrupamiento operatorio que se constituye gracias a

---

(53) PIAGET, J.; INHELDER, B.: Psicología del niño. - Pág. 101.

la reversibilidad de un estado de equilibrio operatorio a la vez móvil y permanente, que es la definición de la estructura lógica. El pensamiento ya no se fija en esta dos particulares del objeto, sino que ya es capaz de se guirlo en sus transformaciones sucesivas. "El agrupamiento realiza así por primera vez el equilibrio entre la asimilación de las cosas a la acción del sujeto y la acomodación de los esquemas subjetivos a las modificaciones de las cosas" (54).

De esta manera podemos resumir la postura de Piaget sobre la génesis de las estructuras lógico-matemáticas diciendo que estas vienen señaladas por:

-Una construcción continua de nuevos esquemas de asimilación bajo las formas complementarias de la asimilación de los contenidos ex perimentales dentro de estas estructuras y de las estructuras inferiores dentro de las estructuras superiores.

-Una acomodación permanente ya que las transformaciones originadas por la asimilación no

---

(54) PIAGET, J.: Psicología de la inteligencia. Pág. 193.

modifican estas estructuras más que enriqueciéndolas.

Cada estructura debe concebirse, pues, "como una forma particular de equilibrio más o menos estable dentro de su limitado campo, volviéndose inestable en los límites de éste" (55).

Al llegar al período de las operaciones tales estructuras adquieren un equilibrio permanente y se agrupan en tres clases que se corresponden con las estructuras matemáticas:

a) Estructuras que se basan en las semejanzas:

El niño en su actividad normal tiende a agrupar, a ver los objetos, las cosas, en conjuntos que más tarde se van a convertir en las estructuras algebraicas.

b) Estructuras que se basan en las diferencias y cuya forma de reversibilidad es la reciprocidad. El niño tiende a estructurar, a ordenar, a seriar, etc. Son las estructuras

---

(55) Ibidem, pág. 23..

de orden

- c) Estructuras que se basan en las nociones de vecindad, de continuidad y de límites. Son las estructuras topológicas.

Las matemáticas modernas descansan sobre un - tipo de estructuras similares a las descritas.

Tales estructuras están ya presentes desde el principio en la actividad intelectual pero en forma de acción.

Una vez que el niño ha llegado a este nivel y ha desarrollado las primeras estructuras lógicas, su pensamiento se vuelve reversible y con la reversibilidad y la organización de las estructuras lógicas -seriación y clasificación- ya es posible la constitución de las nociones de conservación, y en particular, la adquisición del número.

D. El número y las nociones operatorias implicadas en el mismo.

En el análisis psico-genético de la construcción del número se pone de manifiesto que para que el

niño pueda comprenderlo es necesario haber llegado a un determinado nivel madurativo y haber adquirido una serie de nociones caracterizadas por la reversibilidad: cantidad, correspondencia, conservación, seriación, clasificación, etc...

El número entero es denominado "natural" por que es accesible al conocimiento espontáneo del niño - al margen de todo aprendizaje propiamente dicho. No se habla aquí del sistema de numeración, sino de la noción cuantitativa que permite reconocer que tal colección de objetos tiene el mismo número de objetos que otra, noción primitiva y anterior al uso de nombres de números y de sistemas.

Para que exista número, es preciso que exista la constancia del número, es decir, la comprensión de que el número de objetos de una colección no varía aunque cambie su disposición perceptible en el espacio, si estos objetos están sobre una mesa, por ejemplo, o en el tiempo, si se elabora una lista y se les enumera. Además de la comprensión de la iteración: un nuevo número queda formado por la adición de una unidad.

Del análisis psicogenético se desprende que el acceso al número es paralelo a la adquisición total de unas estructuras lógicas y que resulta de su síntesis.

sis, síntesis que no se basa en la lógica. En la lógica se tienen en cuenta criterios cualitativos: un sistema de clases descansa sobre las semejanzas una relación de orden sobre las diferencias que pueden presentar los objetos observados. El número exige precisamente que se haga abstracción de las diferencias y semejanzas cualitativas: todas las unidades son equivalentes y, sin embargo, al mismo tiempo distintas, no en función de tal o cual criterio físico, sino solamente para enumerarlas uno está obligado a considerarlas por separado.

Concretamente para la teoría operativa el número es una síntesis-en lo que concierte a los números finitos- de la cardinalidad y la ordinalidad, es decir, un sistema estructurado que fusiona la clase y la relación asimétrica (56).

Para esta teoría, la clases es un número no seriado y el número una clase seriada. Piaget y Szeminska, lo describen del modo siguiente: "Los cardinales resultan así de una abstracción de la relación y -

---

(56) MAZURE, J.: El aprendizaje de la matemática moderna. Planeta, Barcelona, 1981, pág. 34.

esa abstracción no modifica la naturaleza de sus operaciones, puesto que todos los órdenes posibles que pueden atribuirse a  $n$  términos se resuelven en la misma suma cardinal  $n$ . Por su parte los ordinales resultan de una abstracción de la clase, abstracción que es también legítima y, por esta misma razón, el enésimo término finito corresponderá siempre a un conjunto cardinal de  $n$  (57). Los números naturales son, pues, agrupaciones operatorias de clases y relaciones.

Dentro de la teoría piagetiana de la formación del número en el niño está clara la idea de que la construcción de los números se realiza en relación con las nociones operatorias de seriación, clasificación, conservación, orden, equivalencia, etc. (58). No todas ellas operatorias que exigen el desarrollo de la noción de reversibilidad.

Los conceptos matemáticos, como los demás, - provienen de las acciones que el niño realiza con los objetos. "El número consiste exclusivamente en un sis

---

(57) PIAGET, J.- SZEMINSKA, A.: Génesis del número en el niño, Pág. 187.

(58) Un estudio detallado de cada una de estas nociones se encuentra en las siguientes obras: PIAGET, J.:

tema de acciones u operaciones que se ejercen sobre los objetos, pero que no dependen de las propiedades particulares de estos objetos y la construcción del número puede proseguir indefinidamente más allá de los límites de la percepción e incluso más allá de la representación imaginada de las colecciones formadas por estos objetos, es decir, mucho más allá de las fronteras del objeto" (59).

Manipulando, el niño comienza a clasificar, seriar, ordenar, etc., lo cual le lleva a las primeras nociones matemáticas, tales como tamaño, cantidad, correspondencia, número.

Ni la conservación, ni la seriación, ni la clasificación, al igual que el número, están dadas sin más en la conciencia del niño. Son el resultado de la coordinación de las acciones sucesivas, es decir, de su agrupamiento.

---

SZEMINSKA, A.: Génesis del número en el niño. Ed. Guadalupe, Buenos Aires, 1975. PIAGET, J.; INHELDER, B.: El desarrollo de las cantidades en el niño. Nova Terra, Barcelona, 1971.

(59) PIAGET, J.: Introducción a la epistemología genética. Vol. I, pág. 130.



Ahora bien, si se reemplaza la coordinación de las acciones por la de los pensamientos, esta coordinación sigue siendo una actividad y lo que importa es el carácter activo de esta coordinación, condición previa a toda experiencia y fuente de transformaciones que enriquecen tanto los objetos de la experiencia interna como los de la realidad externa.

En los mismos agrupamientos lógicos, su constitución es el resultado interiorizado y equilibrado de las coordinaciones entre las acciones. Coordinaciones que, desde sus formas más sencillas, muestran ya la presencia de relaciones entre movimientos sucesivos, retornos y rodeos, que conducirán a la composición, reversibilidad y asociatividad operativa.

"Por tanto, la misma lógica está constituida en germen desde los esquemas de la actividad senso-motriz y perceptual al mismo tiempo que sólo constituye la forma final de equilibrio de estas coordinaciones presentes desde el comienzo" (60). La lógica que se desarrolla, sin embargo en esta etapa es la lógica de las operaciones concretas. Las operaciones de esta ló-

---

(60) PIAGET, J.: Introducción a la epistemología genética. Vol. I, pág. 132.

gica no abarcan sino una parte de la lógica de las clases y de las relaciones. Estos agrupamientos o agrupaciones elementales tienen por función organizar unos - después de otros los dominios de la experiencia.

La construcción de estos agrupamientos de clases y relaciones conduce a la construcción de números enteros. Antes de los siete años sólo los primeros números son asequibles al niño porque son "números intuitivos correspondiendo a figuras perceptibles". La sucesión indefinida de números y las operaciones: adición (y su inversa la sustracción), multiplicación (y su inversa división) sólo son accesibles a partir del momento en que el niño es capaz de construir esos "grupos" o agrupamientos o estructuras de conjunto de operaciones reversibles. Es decir, en el momento en que el pensamiento deviene lógico, mediante la organización de sistemas de operaciones que obedecen a leyes de conjunto comunes.

El número no procede de acciones particulares sin más, es decir, de un tipo de acciones entre otras - sino que expresa de una forma interiorizada y que ha alcanzado un estado de equilibrio móvil, la coordinación misma de las acciones. Reunir, ordenar, seriar, clasificar, etc. no son, en efecto, acciones particulares; son acciones que se han coordinado entre sí por-

que traducen desde el comienzo una exigencia de coordinación, es decir, porque son el resultado de la coordinación de todas las acciones.

Al principio tales estructuras necesitan de los objetos para ejecutar y aplicarse y son el único medio para que el niño llegue a la coordinación, pero ésto no presupone que su estructura provenga del objeto en cuanto tal. Por el contrario, se construyen estas estructuras a medida que se desarrolla su funcionamiento empezando por los ritmos orgánicos y psicológicos, continuando por las regulaciones perceptivas, luego intuitivas y terminando por las operaciones lógico-aritméticas. Término final de este proceso de equilibrio (y punto de partida de posteriores formalizaciones) pero que termina en el proceso de coordinación que se ha iniciado con la organización y la asimilación psicobiológica.

Por tanto, dice Piaget, el número junto con las operaciones lógicas que supone y cuya síntesis realiza es la forma más esencial y más central de la asimilación intelectual, en tanto que prolonga por medio de formas senso-motrices e intuitivas la asimilación psicobiológica. De ahí surge su posibilidad de liberación respecto de la acción directa y de lo real inmediato, sin afectar por ello la permanencia de su

adecuación con todas las operaciones del psiquismo ni con todas las transformaciones de lo real (61).

De esta manera la construcción del número - marca el prototipo de esta asimilación de lo real al espíritu que realizan toda clase de matemáticas y que consiste en insertar las transformaciones de lo real en las coordinaciones de las acciones, efectivas y posibles, del sujeto que actúa sobre la realidad.

"Este carácter peculiar de las acciones y - operaciones que intervienen en la matemática (en primer lugar, empíricas y luego deductivas, pero en ambos casos independientes de los objetos) explica el hecho de que estos actos y sus composiciones puedan repetirse y generalizarse indefinidamente" (62).

Es evidente que Piaget defiende la primacía de la actividad orientada, organizada, no de una actividad arbitraria, ciega, sin sentido. "Construir estructuras estructurando lo real. Sólo se comprende un fenómeno reconstruyendo las transformaciones de las que es

---

(61) PIAGET, J.: Introducción a la epistemología genética. Vol. I, pág. 134-135.

(62) Ibidem, pág. 130.

el resultado y para reconstruir hay que haber elaborado una estructura de transformaciones" (63).

Los aspectos operativos del pensamiento sólo se configuran a partir de las acciones y la coordinación de las mismas. Son estos aspectos operativos los que caracterizan los niveles superiores de la conducta intelectual del hombre. "Los esquemas de la organización cognitiva interna provienen de la diferenciación y coordinación de los aspectos formales de las acciones" (64).

Las operaciones lógicas que supone el número consisten en transformaciones reversibles, pero transformaciones reversibles interiorizadas y relativas siempre a una invariante que es la noción de conservación - prefigurada ya en el nivel senso-motor por la formación del objeto permanente.

La noción de conservación implica la constancia de la cantidad, independientemente de la forma adoptada.

---

(63) PIAGET, J.: Psicología y pedagogía. Ariel, Barcelona, 1971, pág. 37.

(64) FURTH, H.G.: Las ideas de Piaget y su aplicación en el aula. Kapelusz, Buenos Aires, 64.

tada y de su disposición espacial. Esta noción solo es posible cuando existe reversibilidad, es decir, cuando el niño es capaz de realizar una operación, deshacerla e incluso invertirla; cuando es capaz de descentrar su punto de vista, cuando es capaz de superar los engaños de la configuración perceptiva; cuando es capaz de operar interiormente, de compensar, de estar en el momento presente teniendo en cuenta el pasado; cuando, en definitiva, al estadio preoperatorio le ha sucedido el estadio operacional. Por eso el paso de la no conservación a la conservación representa un paso crucial en la formación de las estructuras mentales.

Para Piaget es primero la operación inversa - y después la compensación las que hacen posible la conservación. La opinión de Bruner, en este sentido, está en marcado contraste con la de Piaget (65).

Para Bruner, tanto la inversión como la compensación se apoyan en una apreciación de la igualdad inicial de las cantidades que intervienen. Una aprehensión continua de esta igualdad inicial es básica, tanto para la inversión como para la comprensión. Se pue-

---

(65) BRUNER, J.S. y otros: Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1980, pág. 209.

de argüir afirma Bruner, que la compensación y la inversión dependen del mantenimiento de alguna identidad primitiva en las dos "versiones" de un acontecimiento. Dicha identidad puede ejemplificarse con el caso de - quien usa, digamos, una sola cantidad de líquido, que está contenido primero en el vaso estandar y se echa luego en otro que es más alto y más delgado. La única "similitud" entre los dos se obtiene a través del mantenimiento de su identidad.

Identidad significa exactamente eso, es decir, se refiere a lo que no cambia en una situación. En términos lógicos la transformación de identidad es una "transformación" que no altera nada la proporción sobre la que se realiza. En cambio, las transformaciones u operaciones de inversión y de compensación tienen el mismo fin que la transformación de identidad, pero por diferentes caminos. Mientras que la transformación de identidad nunca altera la situación inicial, las operaciones de inversión y de compensación, sólo son aplicables después de que haya ocurrido algún cambio, con la intención de "restaurar" la situación inicial. La inversión realiza esto por una anulación literal de las transformaciones responsables del cambio; y la compensación mediante la contraposición de las transformaciones recíprocas para "neutralizar" su efecto.

Tanto la inversión como la compensación restituyen la identidad. Y porque esto es cierto lógicamente, Piaget aparentemente espera que también lo sea psicológicamente. En otras palabras, Piaget deduce que si el niño puede realizar las operaciones mentales de inversión y de compensación, necesariamente descubre la identidad o la "mismidad de la materia", lo que se entiende por conservación. Ahora bien, el que esta secuencia lógica se repita en la secuencia psicológica, como Piaget deduce, es una cuestión a debatir y es donde no coincide con Bruner, Elking, Sonstroem, etc. No entramos en este debate y recogemos las formulaciones de Piaget tal y como son.

Además de la noción de conservación para la comprensión del número es necesario la adquisición de las nociones de clasificación y de seriación (66).

Tanto una noción como la otra se construyen también transformando acciones en operaciones; la acción de añadir y la acción inversa de separar, conducen al concepto de clase, cuando se integran en una -

---

(66) Un estudio detallado de estas nociones se encuentra en la obra de PIAGET, J.-INHELDER, B.: Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Ed. Guadalupe, Buenos aires, 1978.



estructura de conjunto; una clase no existe aisladamente, sino que se apoya en un sistema de encajamientos y desencajamientos; y no es más que una parte de un - todo; las agrupaciones sucesivas son equivalentes a - una sola agrupación, e inversamente pueden separarse.

La noción de seriación no se adquiere hasta que el niño no haya comprendido la transitividad y la forma de reversibilidad propia de las relaciones asimétricas, o sea, la reciprocidad: cada elemento debe ser concebido a la vez como el sucesor de todos los - elementos que le preceden y el predecesor de todos los que le siguen. Pero tras adquirir esta forma de reversibilidad, puede encontrar otra forma de seriación: tomar el más pequeño de todos los elementos de una serie, después el más pequeño de los que le queden, etc. Entonces puede concebir que si a es más pequeño que b y b más pequeño que c, a es más pequeño que c.

Mientras que la clasificación y la seriación no son operativas, la correspondencia resulta puramente intuitiva: el niño que puede hacer corresponder los elementos de dos colecciones de objetos y reconocer - que hay igual número de objetos en ambas, declara que la cantidad varía en cuanto se modifica la disposición de estos elementos. Por eso, antes de que el niño haya desarrollado y adquirido las estructuras lógicas, la -

evaluación numérica permanece ligada a la disposición espacial de los elementos. Durante ese tiempo aunque el niño conozca los números, sin embargo, "estos números están adheridos a los objetos numerados y participan más de la percepción que de las operaciones" (67).

Esto se explica porque al principio la noción de cantidad está íntimamente ligada a la percepción espacial, hasta el punto de que los primeros conjuntos - que establece el niño tienen un componente espacial y no numérico. Cree absolutamente en lo que percibe de tal modo que a la vista de los conjuntos de igual número de elementos pero dispuestos de forma distinta piensa que es mayor el que ocupa más espacio.

Asimismo es el espacio el que define la mayor cantidad de materia de manera que al cambiar de forma o tamaño, tanto las cantidades continuas como las discontinuas, hasta que no llegue el nivel de las operaciones, el niño cree que varió la cantidad. Una vez que adquiere la noción de conservación sus reacciones están basadas en la reversibilidad bien sea por la vía de la identidad o bien por la de la compensación o de la reciprocidad.

---

(67) PIAGET, J. y SZEMINSKA, A.: Génesis del número en el niño. Pág. 224.

Mientras el niño no posea estas nociones con claridad no puede realizar verdaderamente operaciones a no ser de un modo mecánico y sin llegar a comprender su significado. "Solamente una vez que las operaciones se han constituido lógicamente en el plano práctico la numeración verbal adquiere una significación propiamente numérica" (68).

En todo este proceso el lenguaje juega un papel muy importante, aunque no se considere propiamente como creador del pensamiento matemático (69). Sin embargo, no se puede dudar de la relación entre éste y las posibilidades de expresión verbal. De este modo, a medida, que el niño crece y precisa su vocabulario, hace posible una mejor comprensión de las relaciones entre conceptos tales como seriación, clasificación, discriminación, equivalencia numéricas, etc. Especialmente en la matemática moderna, que presta gran atención a la utilización correcta y precisa de términos verbales como correspondencia unívoca, biunívoca, disyunción, pertenencia, inclusión, etc., y que lejos de constituir un desafío excesivo para la inteligencia infantil, corresponde por el contrario, a las exigencias mismas de las operaciones concretas (70).

---

(68) PIAGET, J. y SZEMINSKA, A.: Génesis del número en el niño. Pág. 94.

A esta objetivación del lenguaje contribuye el proceso paralelo que se da en el campo de la socialización. Antes el niño era fundamentalmente subjetivo; su lenguaje era básicamente un monólogo en el que lo importante era expresarse sin tener en cuenta la comunicación con los demás. Ahora se inicia una etapa en la que el deseo de contacto social, de ser comprendido por los otros, le lleva a procurar una mayor claridad y precisión en los términos utilizados de forma que sean comprendidos para los otros.

De todas formas, para Piaget e Inhelder, "el lenguaje articulado, socialmente transmitido por la educación, no parece, pues, necesario para la formación de estructuras operatorias, aunque sí desempeña una indiscutible función coadyuvante, y constituye acaso la condición necesaria, aunque no suficiente, para el acabado total de esas estructuras" (71).

El lenguaje constituye un medio más para pa-

---

(69) Ibidem, pág. 82.

(70) MAZURE, J.: El aprendizaje de la matemática moderna, pág. 39.

(71) PIAGET, J.- INHELDER, B.: Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Pág. 13.

sar de la acción a la representación, de la manipulación de los objetos a la utilización de símbolos representativos de las acciones derivadas de las manipulaciones, lo cual le lleva, en este período operatorio, al uso de los símbolos y signos matemáticos.

En síntesis, se puede afirmar que es necesaria la interacción de todos los factores que intervienen en la evolución para que sea posible el desarrollo de las estructuras lógico-matemáticas.

"Lo que sorprende en el curso de este largo período de preparación, y luego de constitución de las operaciones concretas -dice Piaget- es la unidad funcional (en cada período) que enlaza en un todo las reacciones cognoscitivas, lúdicas, sociales y morales" (72).

Como resultado de todo este proceso una vez constituidas esas estructuras lógico-matemáticas el niño de los siete u ocho años, es capaz de realizar operaciones: clasificar, seriar, unir, ordenar, etc. En este nivel de desarrollo ya puede comprender el concepto

---

(72) PIAGET, J.- INHELDER, B.: Psicología del niño.  
Pág. 129.

de número y las operaciones realizadas con él.

En el análisis de la construcción progresiva de las estructuras operatorias que hacen posible la comprensión del número por parte del niño hemos seguido las ideas de Piaget. Sin embargo, otros autores, según reconoce el propio Piaget, exponen aunque con terminología diferente, puntos de vista francamente similares. Tal es el caso de J. Bruner.

De este análisis se deduce que "si el edificio de las matemáticas reposa sobre estructuras que corresponden, por otra parte, a estructuras de la inteligencia -escribe Piaget- es necesario basar la didáctica de las matemáticas en la organización progresiva de estas estructuras operatorias" (73).

No hace falta ser un experto en psicopedagogía para suponer que la mayor parte de las dificultades psicológicas de iniciación a la matemática, y más concretamente a la denominada matemática moderna se encuentran relegadas a este preámbulo metamatemático que

---

(73) PIAGET, J. y otros: La enseñanza de las matemáticas. Aguilar, Madrid, 1971, pág. 27.

supone así, no sólo conductas psicológicas que condicionan al mismo tiempo que posibilitan el proceso, sino un conjunto extremadamente complejo de pre-comprensiones. Pero no sólo se encuentran unos conceptos y términos básicos, sino la lógica completa cuyos fundamentos psicogenéticos muchas veces se pasan por alto.

No obstante, según Piaget, precisamente la matemática moderna se caracteriza por un constructivismo que renuncia a la abstracción aristotélica, que procede del ser para generalizar el proceso de abstracción reflexiva extrayendo sus elementos de un escalón inferior de actividad (a partir de las propias acciones) para reflejarlas o proyectarlas en un nivel superior, donde dan lugar a una estructuración, punto de partida a su vez de nuevas construcciones (74).

Este constructivismo de nivel superior tomará el lugar del constructivismo natural de las estructuras y funciones elementales. En este sentido, bien adaptada la enseñanza precoz de la matemática moderna estaría, pues, en dependencia de esta genética de la

---

(74) PIAGET, J. y otros: Tratado de lógica y conocimiento científico, (Vol. III). Epistemología de la matemática. Paidós, Buenos Aires, 1979, pág. 156.

construcción de la misma lógica (75). Esta es la hipótesis que sostiene Mazure respecto a la enseñanza de la matemática moderna que compartimos.

---

(75) MAZURE, J.: El aprendizaje de la matemática moderna. Pág. 55.



### III. ANALISIS DE LAS TECNICAS UTILIZADAS Y DESCRIPCION DE LA MUESTRA.

#### 1. PRESENTACION DE LAS TECNICAS E INSTRUMENTOS UTILIZADOS

Al objeto de verificar nuestra hipótesis de - trabajo hemos utilizado un conjunto de técnicas e instrumentos cuyas características, en términos generales, son muy conocidas por lo que resulta superfluo repetir- las aquí. Las técnicas utilizadas intentan poner de ma- nifiesto los procesos psicológicos que llevan a las opé- raciones matemáticas y que no pueden ser estudiados con independencia de la evolución general de la inteligencia y de la personalidad.

En el estudio y análisis del desarrollo inte- lectual hemos utilizado la Escala de Inteligencia de Wechsler para niños: WISC. Consideramos que los datos - que proporciona esta escala constituyen elementos útiles para poder establecer la relación existente entre los di- versos aspectos del desarrollo intelectual y las posibles dificultades y fracasos en el aprendizaje de las matemá- ticas.

Wechsler en su Escala intenta eliminar en lo - posible el riesgo que, en toda escala de inteligencia, - existe de medir de una forma imparcial y específica la - actividad intelectual. Pretende llegar a conocer la gé-  
nesis más amplia de las estructuras mentales que se en-  
cuentran en la base de las diferentes actividades inte-  
lectuales, así como las influencias bajo las cuales se desarrollan unas u otras de tales potencialidades.

A través de los diferentes subtests se van poniendo de manifiesto un conjunto de aspectos que van desde la capacidad de razonamiento y operación con símbolos abstractos, capacidad de asimilación de la información - recibida, de contenidos, de conceptos, de relaciones entre elementos, etc. (que van poniendo de manifiesto el - desarrollo de la capacidad intelectual) hasta el grado - de concentración y atención pasando por la capacidad de percibir relaciones espaciales, lo que exige una capacidad lógica de abstracción que orienta y dirige la coordinación visomotora (1).

---

(1) Una referencia completa de estos datos puede encontrarse en el manual elaborado por T.E.A.: WISC Escala de inteligencia de Wechsler para niños. Madrid, 1974.

La forma de esta escala que hemos utilizado en el presente trabajo, es la adaptación del original a la población española realizada por el equipo técnico de TEA bajo la dirección del Profesor Yela.

De los doce subtests que componen la Escala hemos prestado especial atención a aquellos cuyas características se acercan más al proceso inherente al desarrollo de las estructuras lógico-matemáticas (2) (Comprensión, Aritmética, Semejanzas, Figuras Incompletas, Cubos, Rompecabezas y Claves).

Respecto a las características estadísticas de la Escala nos remitimos a la comprobación realizada por el equipo de TEA, teniendo en cuenta las diferentes muestras de la realidad social española (3).

Respecto a las limitaciones de la escala una de las más llamativas es la escasa discriminación diferencial en alguno de los subtests.

---

(2) CLASSER, A.J. y ZIMMERMAN, J.L. realizan un estudio de tallado de las características de cada subtest en su libro: WISC, Interpretación clínica de la escala de inteligencia de Wechsler para niños. T.E.A. Madrid, 1972.

(3) T.E.A.: WISC Escala de Inteligencia de Wechsler para niños. Cap. II, pág. 19.

El número reducido de items en alguno de los subtests comporta una escasa sensibilidad de medida diferencial, sobre todo, para aquellas muestras pertenecientes a medio-ambientes infradesarrollados. Los niños de estas muestras superan con relativa facilidad varios items iniciales y se estancan más o menos de golpe ante la dificultad de los siguientes. De esta manera no permite a partir de determinado nivel, una discriminación más sutil de las diferencias individuales con respecto a dicho problema.

Carlton y Stacey también encontraron esta dificultad cuando aplicaron la escala a niños con retraso mental (4).

Comprensión, Semejanzas, Figuras Incompletas, Historietas, son las pruebas más afectadas por esta dificultad. Dificultad que, en nuestro trabajo, sólo se presenta para los niños pertenecientes a los pueblos de la montaña (Ibías y Quirós).

---

(4) CARLTON y STACEY: "Evolution selected short forms of the WISC". J. Clin. Psychol. 1954. Citado por Glasser y Zimmerman.

También puede encontrarse una dificultad, como en cualquier prueba verbal afectada por rasgos culturales y educativos, en la adaptación de sus diversos subtest a niños pertenecientes a los más diferentes medios y status socioculturales.

Comprensión, sobre todo, exige una continua adaptación en cuanto nos alejamos del ambiente cultural medio de la sociedad española, so pena de medir incomprensión verbal y no capacidad de razonamiento, de juicio práctico sobre problemas de la vida diaria, tal como el subtest pretende medir. Puede haber desconocimiento semántico sobre el significado <sup>trans</sup>mitido por un signo, lo que no implica necesariamente carencia de juicio práctico sobre la realidad.

Así en Ibiás, por ejemplo, hubo que hablarles de guardias civiles en lugar de policías, dado que son los únicos agentes de la autoridad que aparecen por aquellas zonas.

Fue necesario adaptar continuamente el vocabulario de las preguntas, tanto en las pruebas verbales como en las manipulativas, y también adaptarnos nosotros al vocabulario y pronunciación de su medio.

Algunas respuestas no correctas en medios urbanos sí lo son en estos medios rurales subdesarrollados. Por ejemplo, la respuesta a la pregunta ¿dónde se compran los sellos?, difícilmente puede ser "estanco", "correos", pues, en los pueblos de las montañas o bien se vende todo en un pequeño comercio o bien una o dos veces por semana pasa una furgoneta a modo de supermercado o rastro ambulante.

La 3ª pregunta del test de comprensión "¿Qué debes hacer si te envían a comprar pan y el panadero te dice que se ha terminado?", exige como respuesta "ir a otra panadería" o una respuesta alternativa que resuelva el problema. Esta contestación o esta respuesta alternativa no existe en este medio, o sólo hay una panadería o el pan se le trae de fuera, cada día o dos veces por semana.

La función de los cristales de las ventanas - (otra pregunta del test de comprensión) es percibida en estos pueblos de modo diferente a otros pueblos más desarrollados. Allí perciben con mayor intensidad la función protectora del cristal que la de la transparencia.

Podríamos poner multitud de ejemplos sobre las adaptaciones que se hicieron necesarias para acomodar los

contenidos, las formas y el vocabulario de las pruebas - del WISC a las peculiaridades de los niños de las zonas de la montaña donde hemos realizado las pruebas.

Como ventajas de la prueba podemos indicar la superación de una concepción exclusivamente verbalista - de la inteligencia. Introduce un bloque de pruebas que - exigen la participación y ejecución de actividades que - implican razonamiento y comprensión con elementos no ver**ba**les. Esta actitud se integra en otra más amplia sobre la concepción de la inteligencia que posee Wechsler; la inteligencia forma parte de un todo que abarca la misma personalidad. Se trata de una concepción globalizadora - con la que nosotros estamos totalmente de acuerdo.

La inteligencia, como guía instrumental de nues**tro** comportamiento, se encuentra inmersa en la totalidad de nuestra conducta, influyendo en los aspectos emotivos y caracteriológicos y recibiendo la influencia motivante y determinante de aquellos.

Por ello la inteligencia como facultad para re**sol**ver situaciones no puede medirse en función exclusiva de un tipo de problemas o de un tipo de expresión o trans**misión** de los términos, sino que debe intentarse que la medición abarque múltiples y diversas operaciones con con

tenidos y formas concretas diferentes, de modo que saturan las distintas posibilidades motivantes y estructurales que la realidad ofrece y presenta a cada sujeto.

La inteligencia no se mide de forma aislada, - pura, sino con respecto a..., en función de situaciones problemáticas más o menos concretas, que exigen análisis, organización perceptiva, asociación, síntesis, aplicación, manipulación...

La fidelidad de esta medida vendrá, pues, determinada por el grado de saturación que los diferentes elementos problemáticos, que se presentan al niño, realicen de la realidad toda en que la inteligencia deberá continuamente operar.

El abanico de aspectos problemáticos diferentes presentados en los doce subtests del WISC nos parece apropiado a este propósito.

Otra de las ventajas que encontramos en la escala es el equilibrio entre el nivel de abstracción y el nivel de concreción. Tanto en el grupo verbal como en el manipulativo los problemas y las cuestiones que allí se plantean abarcan desde situaciones corrientes que el niño enfrenta en su vida diaria, hasta abstracciones gené-



ricas que, de aquellas situaciones concretas, debe hacer el niño para formar esquemas y estructuras.

Información, por ejemplo, presenta un claro - equilibrio entre cuestiones fácilmente solubles por la - observación de la realidad y otras que suponen un aprendi zaje intencional o una influencia cultural elevada.

Vocabulario también combina elementos semánti- cos que designan realidades muy comunes y otras que de- signan contenidos abstractos, cuya explicación a través de signos lingüísticos es complicada para el niño y exige un grado de pensamiento y conocimiento elevado. La utili zación de la función metalingüística por el niño supone un alto grado de desarrollo del pensamiento, especialmen- te si se aplica a explicar conceptos abstractos, pues - exige un juego de significantes-significados para llegar a definir los límites de un concepto y el contenido que dentro del mismo debe incluirse.

También Cubos pasa de operaciones simplemente miméticas a construcciones complejas y originales.

Información, Semejanzas, Historietas, Vocabula- rio, Cubos y Rompecabezas son ejemplos bien representati- vos de este equilibrio, aunque rompecabezas no alcance -

un índice satisfactorio de fiabilidad para interpretar -  
aisladamente sus resultados.

La sustitución del concepto de Edad Mental por el de C.I. es otra de las ventajas de la escala sobre la de sus similares precedentes.

La E.M., como expresión del resultado obtenido a través de la medición global, se prestaba a múltiples confusiones a la hora de comparar edades mentales - iguales de individuos de edad cronológica diferente, pues, aunque su cociente intelectual coincidiese, sus estructuras mentales y la forma de solución de problemas serían netamente distintas. La expresión a interpretación de la edad de individuos adultos presentaba también una dificultad.

El cociente intelectual será una escala típica con una media de 100 y una desviación típica de 15. Una escala típica que se construye para cada edad por medio de una baremación de los resultados de todas las muestras representativas de la población de esa edad. Mide, así, el C.I. la posición relativa que un individuo ocupa en el grupo de su edad, dentro de la población general a que pertenece.

La operatividad con esta escala típica se torna más sencilla y móvil. Su comparación con el resto de las escalas típicas, así como con la escala de perceptibles es automática. Es muy sencilla la comparación entre individuos con puntuaciones medidas en unidades diferentes de escalas típicas.

También podemos considerar como ventaja de esta escala el alto grado de diferencia que debe de existir en cada una de sus pruebas para que las diferencias entre los subtests sean significativas, de modo que impidieran la adición de los parciales a la hora de formar factores más generales.

Hopkins y Michael (5) realizan un análisis estadístico sobre la significación de las diferencias entre puntuaciones en cada subtest, llegando a la conclusión, que la variabilidad debe exceder de 3 a 6 puntos, según las diferentes pruebas, para que las diferencias entre éstas sean significativas y pudieran considerarse como pertenecientes a medidas de aspectos independientes, no correlacionados.

---

(5) Trabajos citados por Glasser y Zimmerman en su libro, citado sobre la escala de WISC.

Dentro de nuestra investigación las diferencias de los resultados medios entre los diversos subtest, pertenecientes a un mismo componente global, ni en cada muestra, ni en el total de las tres muestras llegan a alcanzar valores superiores a dos puntos.

La longitud de la prueba y el excesivo tiempo que exige su aplicación puede ser un obstáculo para su utilización mayoritaria y frecuente, sin embargo, como medio de investigación o diagnóstico exhaustivo, la amplitud se convierte en una virtud indispensable para abarcar el mayor número de aspectos en que la inteligencia, como capacidad operativa, se manifiesta.

La aplicación individual y la extensión de la prueba exigen una dedicación no inferior a 1'30 horas para cada niño.

Pero sólo a través de una aplicación individual puede percibir el investigador los fracasos injustificados de muchos niños, las barreras o resistencias de otros; al tiempo que puede evitar las distracciones inevitables en una aplicación colectiva...

En definitiva, la aplicación individual permite la adaptación a las peculiaridades individuales y la cap-

tación y análisis de las actitudes de bloqueo o resistencia, que sólo conociéndolas pueden ser disueltas. Actitudes que sin tener nada que ver con el desarrollo intelectual pueden modificar sensiblemente el rendimiento individual y como consecuencia las conclusiones del experimento.

En todo caso, si el experimentador, consciente de una actitud de bloqueo afectivo en un niño, no es capaz de disolverla, siempre tiene la opción de eliminar - ese protocolo para evitar su incidencia en los resultados definitivos.

La extensión de la prueba aporta el conocimiento de matices que enriquecen la investigación y pueden - abrir nuevas perspectivas al experimento.

La presentación de los conceptos numéricos en situaciones problemáticas de la vida diaria, que todo niño debe resolver en su experiencia cotidiana, así como la iniciación de la escala con la prueba de información, en la que los primeros ítems son fáciles y comunes a todos los ambientes, hemos de considerarlo un acierto, como factores motivantes a la vez que creadores de un ambiente natural en el desarrollo de la prueba.

No existe una serie de árduas operaciones, desu conectadas de su utilización práctica, para medir la capacidad de razonamiento con símbolos numéricos, sino una serie de situaciones problemáticas muy corrientes en la vida de cada niño que exigen la utilización de las reglas elementales de sumar, restar, multiplicar y dividir, o la combinación en un mismo problema de varias de estas operaciones. Es así como el niño se lo encuentra en la realidad, por ello es un acierto si se trata de medir capacidades operativas en la realidad.

Como resumen de sus ventajas podemos citar las palabras del profesor Yela:

"La escala de Wechsler figura entre las mejores elaboradas y tipificadas, de mayor fiabilidad y validez más copiosamente demostrada" (6).

"Su principal acierto reside en explorar una muestra muy amplia de funciones cognoscitivas cuya relativa covariación y progreso cronológico justifica la obtención de una medida general de la inteligencia" (7).

---

(6) YELA, M.: En prólogo al libro de Glasser y Zimmerman, ya citado, pág. XI.

(7) Ibidem, pág. XI.

Sin dejar de reconocer, como el propio Yela hace, las limitaciones de esa escala, que anteriormente hemos expuesto, y sus posibilidades de ampliación y perfeccionamiento, sobre todo, en cuanto a fiabilidad de alguno de sus subtests, consideramos esta escala como un instrumento válido y adecuado a los objetivos propuestos en la presente investigación.

En la exploración del desarrollo psicomotor y en las posibles alteraciones en el mismo, con el fin de establecer si existe relación entre las alteraciones en este campo y las dificultades y fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, hemos elegido un conjunto de pruebas que abarquen en su medida los distintos aspectos del mismo.

De modo parecido a como ocurre en el desarrollo intelectual, existen diversas técnicas utilizadas en los exámenes del perfil psicomotor, pero ninguna de ellas resulta totalmente convincente. Unas son de inspiración demasiado neurológica y otras de inspiración demasiado psicológica. La realidad es que resulta muy difícil definir y delimitar los componentes de una psicomotricidad que está implicada en todos los aspectos del comportamiento, sean motores, intelectuales o afectivos.

Si bien es posible medir con ayuda de tests patrones un determinado número de posibilidades llamadas "psicomotrices", resulta mucho más difícil el saber exactamente lo que miden y cuales son las implicaciones profundas del éxito o del fallo de cada uno de los tests.

Los tests psicomotores, igual que los tests psicológicos, aportan unos datos brutos que hay que interpretar, con el grado de subjetividad que ésto lleva consigo.

Por eso el examen psicomotor sólo adquiere una significación integrado al conjunto de las investigaciones que pueden contribuir a la comprensión del niño, de su personalidad, de sus problemas y de la manera con que él los inviste:

- Conocimiento del medio familiar y social;
- anamnesis de la vida del niño, conocimiento de su comportamiento familiar y escolar;
- tests de nivel mental y proyectivos;
- eventualmente exámenes neurológicos.

La integración y la síntesis de los diversos datos es lo verdaderamente importante y no el resultado de un test específico.



Con esta óptica hemos utilizado las baterías - de tests preparadas por Picq y Vayer (8), que constituyen dos tipos de exámenes psicomotores. El primero, para niños de dos a cinco años y, el segundo, para niños de seis a once años. Las dos baterías se articulan entre sí.

En nuestro trabajo hemos utilizado las pruebas del examen psicomotor de seis a once años tal como ha sido reformadas por Vayer y colaboradores (9) y que suponen una forma más equilibrada respecto a la primera formulación. Además introducen una prueba complementaria que mide la capacidad de control segmentario de bipedestación. Se deja por inútil la observación de la sincinesia y la paratonía, cuya anotación en la primera formulación era muy difícil y con un interés a veces inexistente.

Las pruebas concretas que hemos aplicado son - las siguientes:

---

(8) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1977, - pág. 231-268.

(9) VAYER, P.: El niño frente al mundo. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1977, págs. 206-242.

a) Dos pruebas de motricidad elemental:

1. Coordinación dinámica de las manos
2. Coordinación dinámica general

b) Dos pruebas relacionadas con aspectos esenciales del esquema corporal

3. Control postural (equilibración)
4. Control segmentario

c) Dos pruebas relacionadas con la capacidad de adaptación del niño al mundo exterior

5. Organización del espacio
6. Estructuración espacio-temporal

d) Pruebas complementarias

7. Rapidez
8. Observación de la lateralidad

Los resultados de las seis primeras pruebas son las que utilizan en la construcción del gráfico que representa el perfil psicomotor.

Posiblemente lo más original del examen psicomotor propuesto por Picq y Vayer no son las diferentes pruebas que utilizan, sino la disposición de los resultados - en forma de un perfil psicomotor que nos evita el estar - ligados a términos numéricos, como son los cocientes motores. Su uso se ha revelado como uno de los medios más interesantes para una visión de conjunto global del niño.

Por otra parte, al utilizar una escala de edad en lugar de una anotación por puntos resultan más explícitos y permiten fácilmente la referencia a la normal o a la media.

Las tres primeras pruebas que permiten la observación de las conductas motrices de base, están tomadas - de los tests de Ozeretski y revisados por Guilmain. Dichos tests están escalonados de dos a doce años, incluyendo una prueba para adolescentes. Según Picq y Vayer dichos test "son pruebas precisas que permiten la observación objetiva de los elementos fundamentales de la motricidad" (10).

La cuarta prueba que mide el control segmentario

---

(10) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Pág. 231.

y que representa un medio de observación del esquema corporal y su grado de desarrollo, es enteramente original de Vayer.

La quinta, que mide la capacidad del niño para orientarse en el espacio, está tomada de la adaptación de la batería de Piaget-Head, descrita por N. Galifret-Granjon. Presenta una escala de desarrollo que nos permite observar la evolución de esta capacidad desde los seis a los doce o catorce años (11).

La prueba que sirve para observar el desarrollo de la estructuración espacio-temporal está inspirada en la prueba de "Reproducción de estructuras rítmicas" de Mira Stambak. Esta prueba permite precisar simultáneamente los siguientes aspectos:

- a) Los hábitos neuromotores.
- b) Las capacidades perceptivo-motrices y de memoria inmediata: posibilidades de aprender y reproducir los elementos de una sucesión espacio-temporal.

---

(11) Una referencia detallada de los datos de esta prueba se encuentra en la obra de R. ZAZZO y Col.: Manual para el examen psicológico del niño. Fundamentos, - Madrid, 1976, pág. 53 y ss.

- c) Posibilidades de transferencia: comprensión y utilización del simbolismo (12).

Las medias para las diferentes edades las hemos tomado de la obra de Vayer (13).

Las pruebas para establecer la dominancia lateral, Picq y Vayer han adoptado las pruebas II, VII y XI del "Harris Tests of Lateral Dominance". Las pruebas han quedado reducidas respecto al test original de Harris, - perdiendo en sensibilidad pero convirtiéndose en una prueba extraordinariamente práctica que permite establecer la dominancia lateral de un niño en una fórmula muy simple.

La prueba sobre rapidez es complementaria de la anterior. A parte de medir la eficacia motriz, permite evidenciar ciertos aspectos de la personalidad del niño como la impulsividad, ansiedad, escrupulosidad, etc. Se basa en la prueba de punteado de Mirá Stambak.

Además de las pruebas indicadas y para comple-

---

(12) Ibidem, pág. 185 y ss.

(13) VAYER, P.: El niño frente al mundo. Pág. 124.

mentar la observación del comportamiento psicomotor, cuando se trata de ciertos casos particulares (ambidextrismo, por ejemplo) o complejos (ciertos problemas de tipo afectivo) se utilizan también otras pruebas cuyo resultado se inscribe debajo del cuadro que recoge el perfil psicomotor (14).

En nuestro trabajo todas las pruebas las hemos realizado individualmente una vez que el niño había adquirido una confianza básica. Primero aplicábamos este tipo de pruebas, sencillas y prácticas, y más tarde, en otra sesión distinta, les aplicamos la Escala de Wechsler.

A lo largo del examen y desde los primeros contactos, tanto en los aciertos como en los fracasos, nos hemos esforzado en recoger y anotar un conjunto de características de su comportamiento global, que más tarde comprobamos con las pruebas de personalidad: inhibición, ansiedad, inestabilidad, falta de confianza en sí, torpeza, tics, pasividad, escrupulosidad, busca de afectividad, timidez, busca de culpabilidad, etc.

---

(14) Ibidem, pág. 27.

Hemos comprobado que muchos niños tienen ya establecido en el momento en que los examinados o exploramos un sistema de compensación o camuflaje, en el cual se pueden encerrar para evitar el problema real y sin una ayuda difícilmente son capaces de superar esa situación.

Estas consideraciones nos llevan a pensar que un examen de este tipo no se puede resumir simplemente en un cociente, un nivel de edad o un gráfico sin más. En su conjunto es más una apreciación clínica que un instrumento de medida. De todas maneras lo verdaderamente importante para hacer una observación o una comparación correcta, más que la aplicación de tal o cual baremo, consiste en disponer de un instrumento de medida suficientemente discriminativo y siempre el mismo.

#### Pruebas complementarias

Además de las pruebas indicadas para el análisis del desarrollo intelectual y psicomotor hemos prestado atención a otro conjunto de aspectos relacionados con la personalidad, con el medio social, familiar y escolar, tratando de definir sus características principales y factores que puedan condicionar su falta de adaptación. Estos aspectos podrían considerarse, hasta cierto punto, -

en segundo plano, ya que no inciden directamente en el -  
objetivo propuesto. Sin embargo, nos va a proporcionar -  
una visión más completa de toda la problemática, pues, -  
el factor emocional desempeña un gran papel en la forma  
de reacción, comportamiento, actitud y en el mismo rendi-  
miento escolar.

Las pruebas que hemos utilizado han sido de ti-  
po gráfico y constructivo, pues, hemos comprobado que -  
los niños a través de ellas se proyectan con más esponta-  
neidad y nos aportan una mayor riqueza de datos. Entre -  
otros hemos aplicado el test de la familia de Porot, el  
de la Figura Humana de Machover y el del Arbol de K. Koch.  
Por supuesto que la subjetividad en la interpretación de  
este tipo de tests resta fiabilidad a los mismos, pero -  
en el análisis de la personalidad siempre existirá este  
problema.

Como complemento final de todas las pruebas he-  
mos prestado una atención especial a una serie de aspec-  
tos directamente relacionados con el cálculo. En este sen-  
tido y de acuerdo con la edad y el nivel de cada uno de  
los niños, hemos observado los siguientes aspectos:

a) Aspectos relacionados con la numeración



Escritura de números: copia y dictado de cantidades; paso de unidades a decenas, centenas, etc.; formación de seriaciones ascendentes y, sobre todo, las descendentes, que tienen gran importancia por los componentes de razonamiento y orientación espacial que conllevan. Asimismo nos hemos fijado en las cantidades que incluyen algún cero, bien intercalados o bien al final, por la dificultad que presentan los niños al tratar con el concepto cero.

b) Operaciones básicas

Primeramente las operaciones concretas, realizadas con objetos (fichas, tacos, líquidos, regletas, etc...) para comprobar si el niño ha adquirido o no las nociones básicas implicadas en el cálculo: conservación, seriación, clasificación, orden, correspondencia, reversibilidad, - equivalencia, etc., comprobando si el niño a partir de una operación concreta dada es capaz de traducirla a términos de operación matemática. Inversamente comprobar si a partir de una operación matemática es capaz de indicar una acción concreta y simple que responda a la fórmula matemática empleada. Con ello pretendemos conocer si el niño ha llegado a la comprensión de las operaciones empezando por las más simples y elementales.

En segundo lugar, las operaciones realizadas - con los números observando primero aquellas que no pasaban de decena y a continuación con decenas, centenas, etc. En cuanto a las operaciones escritas se refiere, les hemos dado unas escritas de antemano, para apreciar cómo las realizan observando si empiezan por la derecha o por la izquierda, si utilizan elementos auxiliares para realizarlas, etc.; y otras dictadas para comprobar cómo colocan las cantidades y sitúan los miembros de la operación fijándonos en el componente espacial y la comprensión de la operación pedida.

Esto nos sirve para comprobar el nivel relativo a la adquisición del lenguaje matemático propiamente dicho constituido por signos, disposición gráfica de las operaciones, etc. Si antes el lenguaje estaba asociado a la acción (yo sumo, yo me llevo, yo divido, ...), ahora hay que relacionar una serie de acciones y situaciones con un conjunto de signos:  $X$ ,  $+$ ,  $-$ ,  $:$ .

En otro ejercicio pedíamos al niño que indicase el valor relativo de un número dado. Por ejemplo: cuánto vale la cifra 4 en los números siguientes: 418, 1.204, 3.045, 1.040, 40.001, 70.104.

c) Aspectos relacionados con la solución de -

problemas

Este apartado abarca un amplio campo, desde pequeños planteamientos con objetos y con gráficos hasta la realización de problemas más complejos en los que intervienen las distintas operaciones. Nos fijamos especialmente en la comprensión del problema en cuanto al texto y al tipo de solución que requiere, así como en el modo de realizar las operaciones planteadas en la resolución. Empezamos por lo que Mialaret denomina "el problema con etapas con una o varias operaciones" (15).

En este tipo de problemas se presentan un conjunto de ejercicios que no sólo utilizan las cuatro operaciones elementales, sino que incluyen problemas simples de niveles muy diferentes. De acuerdo con el nivel o edad del niño se le plantean también problemas "de soluciones múltiples".

Los distintos tipos de problemas juegan un papel importante en la formación matemática del niño y por ellos se puede conocer su campo de aplicación y los límites

---

(15) MIALARET, G.: Las matemáticas: Cómo se aprenden. Cómo se enseñan. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1977, pág. 61.

tes de su utilización.

En la comprensión del texto hemos prestado atención a ciertos términos como grande, pequeño, antes, después, arriba, abajo, reunir, separar, etc... y en las acciones que ellos mismos indican insertándolos en acciones concretas de comparación, de medida, de división, etc.

Asimismo comprobamos la comprensión de términos más usuales en las matemáticas tales como "más", "menos", "igual", "mayor", "menor", "en total" ...

Los ejercicios los presentamos de tres formas distintas:

- 1º. Descomponiendo el texto leído en sus elementos simples.
- 2º. En otros se pide al niño que formule la pregunta correspondiente conociendo los datos del problema.
- 3º. En el tercer tipo se le pide al niño que halle un dato que falta. Este tipo de ejercicios es el que mayor dificultad presenta.

Por último pedimos al niño la memorización del

enunciado. Cuando el niño compone mentalmente los datos es cuando determinará las relaciones que los une y que le llevarán a la resolución. Un niño que no haya comprendido el texto difícilmente podrá recordarlo. El objeto de esta prueba no es encontrar la resolución del problema, sino ver la comprensión y utilización del lenguaje.

d) Comprensión de los conceptos matemáticos

Aquí se puede diferenciar entre la comprensión y asimilación de las nociones desde un punto de vista puramente matemático y el aprendizaje de los términos verbales. Las dificultades que presentan los niños pueden estar relacionados con una falta de comprensión de las nociones y conceptos básicos o bien comprenderlos pero encontrar dificultad a la hora de exponerlos.

En este apartado nos hemos detenido en el aprendizaje de los conceptos y términos de la matemática moderna: inclusión, equivalencia, intersección, pertenencia, complementación, partición, implicación, etc. así como en los signos que los representan, conscientes de que lo importante no es el lenguaje especializado en que nos lo ofrece el matemático, sino los procesos mentales que estas nociones ponen en juego.

## 2. DESCRIPCION DE LA MUESTRA

Dado el objetivo del presente trabajo y con el propósito de contar con una muestra suficientemente amplia hemos realizado las pruebas descritas anteriormente con 246 niños, de edades comprendidas entre los 6 y los 11 años y en principio todos presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. Todos ellos pertenecen al ámbito regional asturiano y en su mayoría viven en la zona central y mas industrializada de Asturias. Un 24% pertenecen a zonas alejadas de carácter eminentemente rural.

El estudio lo hemos iniciado en el curso 1977-78 y se ha prolongado durante los cursos 1978-79, 1979-80 y 1980-81. La exploración y diagnóstico psicológico se ha llevado a cabo individualmente en el Gabinete Psicológico de la Escuela Universitaria del Profesorado de E.G.B. de la Universidad de Oviedo en la mayoría de los casos; en otros lo hemos realizado en los centros escolares, preferentemente en las concentraciones, en los que realizabamos un estudio piscopedagógico general y después nos deteníamos en aquellos casos en los que se había diagnosticado y comprobado dificultades o presentaban fracasos en el aprendizaje de las matemáticas.

En la muestra hemos incluido a los niños que -  
 teniendo una capacidad mental dentro de los límites de -  
 la normalidad presentan, sin embargo, algún tipo de difi-  
 cultad o manifiestan fracaso en el aprendizaje del cálcu-  
 lo y de las matemáticas. Hemos excluido aquellos niños -  
 que por tener un nivel mental por debajo del límite de -  
 la normalidad o por presentar algún tipo de deficiencia  
 sensorial necesitan un tipo de educación especial.

Las pruebas han sido realizadas individualmente  
 y en algunos de los casos, en los que la colaboración de los  
 niños no había sido adecuada, se repetían una vez que las  
 condiciones hacían suponer una colaboración normal.

La distribución de los niños según los centros  
 escolares a los que pertenecen es la siguiente:

Colegio Nacional de "San Lázaro" . . . . .	15
Colegio Nacional "Ventanielles" . . . . .	21
Colegio Nacional "San Pedro de los Arcos" . . . . .	20
Colegio Nacional "Baudillo Arce" . . . . .	9
Colegio Nacional "Gesta de Oviedo" . . . . .	14
Colegio Nacional "Vital Aza" . . . . .	5
Colegio Nacional "San Román de Candamo" . . . . .	9
Colegio Nacional "Héroes de Simancas" . . . . .	16
Colegio Nacional "Villalegre" . . . . .	18

Colegio Nacional "Nuestra Sra. de Freno" . . . . .	14
Colegio Nacional "Alejandro Casona" . . . . .	12
Colegio Nacional "Virgen del Alba" . . . . .	15
Colegio Nacional "Mixto (Villarmeyrin)" . . . . .	8
Colegio Nacional "Tormaleo" . . . . .	10
Colegio Nacional "Mixto" (Sama) . . . . .	13
Colegio Nacional "Mixto" (Tineo) . . . . .	12
Colegio Nacional "Mixto" (Pola de Siero) . . . . .	8
Colegio Nacional "Mixto" (Salas) . . . . .	8
Colegio Privado "San Ignacio" . . . . .	8
Colegio Privado Mixto N <sup>o</sup> Sra. Buen Consejo . . . . .	11

TOTAL . . . . . 246

Distribución de la muestra por  
edades y sexos

Según el tipo de dificultades y las características psicológicas que presentaban hemos dividido la muestra en tres grupos cuyas características expondremos más adelante. En este apartado indicamos la distribución en cada uno de esos grupos por edades y sexos.

GRUPO A: Niños con problemas de nivel intelectual

Total: 103 (42% de la muestra)



NIÑOS: 48%

<u>Edad</u>	<u>Nº niños</u>
6	2
7	5
8	11
9	14
10	9
11	8

---

TOTAL: 49

NIÑAS: 52%

<u>Edad</u>	<u>Nº niñas</u>
6	1
7	8
8	12
9	15
10	10
11	8

---

TOTAL: 54

GRUPOB: Niños con alteraciones disléxicas

Total: 54 (22% de la muestra)

NIÑOS: 58%

<u>Edad</u>	<u>Nº niños</u>
6	2
7	2
8	7
9	9
10	6
11	5

---

TOTAL: 31

NIÑAS: 42%

<u>Edad</u>	<u>Nº niñas</u>
6	1
7	3
8	5
9	3
10	8
11	3

---

TOTAL: 23

GRUPO C: Niños con problemas diversos

Total: 89 (36% de la muestra)

<u>NIÑOS: 68%</u>		<u>NIÑAS: 32%</u>	
<u>Edad</u>	<u>Nº niños</u>	<u>Edad</u>	<u>Nº niñas</u>
6	2	6	1
7	5	7	3
8	11	8	3
9	12	9	4
10	15	10	8
11	16	11	9
<hr/>		<hr/>	
TOTAL:	61	TOTAL:	28

En cuanto al sexo, se apreciaba una diferencia - significativa a favor de los niños.

3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Con los resultados obtenidos en la aplicación de las diferentes pruebas a cada uno de los niños que - presentaban dificultades en el aprendizaje de cálculo y de las matemáticas hemos formado tres grupos con características propias cada uno de ellos, aunque con dificultades

des y fallos comunes.

GRUPO A: Niños con problemas de nivel mental

GRUPO B: Niños discalcúlicos y disléxicos

GRUPO C: Niños con problemas de índole diversa

Niños con problemas de nivel mental

A este primer grupo pertenece el 42% de la muestra, que suma un total de 103 niños. El criterio que hemos seguido para seleccionar los niños pertenecientes a este primer grupo ha sido el siguiente: incluimos en él aquellos niños que presentaban una inteligencia general dentro del límite de la normalidad o dentro de la torpeza pero con un rendimiento que podemos calificar como normal en el resto de las materias escolares. Hemos excluido - aquellos niños que tienen un desarrollo intelectual global que entra dentro de lo que se entiende por debilidad mental y que supone un retraso madurativo general, lo que lleva consigo la necesidad de una programación y educación especial.

Por consiguiente, dentro de este primer grupo incluimos aquellos niños capacitados para una escolaridad

normal, aunque a veces su ritmo de desarrollo sea más lento.

El contenido del área de las matemáticas debe estar programado de acuerdo con la evolución del desarrollo intelectual del niño, ya que la capacidad para poder asimilarla depende del nivel evolutivo alcanzado por ese desarrollo. Hemos indicado también que el niño antes de llegar al nivel lógico formal debe pasar por una serie - de estadios que constituyen la base sobre la que se orienta. Cada estadio incluye y se desarrolla a partir de los anteriores de manera que el niño cuyo desarrollo intelectual sigue un ritmo lento o se queda detenido en uno de ellos difícilmente puede continuar el proceso de desarrollo, y por supuesto, no es capaz de asimilar el contenido de los aprendizajes de cada nivel.

Pues bien, si en otras áreas del aprendizaje - escolar la relación con el desarrollo es menos directa o pasa más desapercibida porque existen otros factores complementarios que pueden suplir en cierto modo el déficit mental, en el aprendizaje de las matemáticas, resulta imprescindible y cada uno de los estadios ha de estar bien desarrollado para ser garantía de los procesos posteriores. El ritmo de esa evolución varía con cada niño y aunque se puede hablar de una velocidad media, sin embargo,

se observa una gran dispersión en los resultados.

En este sentido, cuando no son asimilados y desarrollados perfectamente cada uno de los procesos indicados y en cada momento no se aseguran los fundamentos propios del aprendizaje de las matemáticas, se construirá el edificio sin fundamento y los fracasos en este área serán el resultado seguro de este modo de proceder. En el caso de las matemáticas, cualquier fallo intelectual presupone generalmente una dificultad en su aprendizaje y a medida que se avanza en este aprendizaje la dificultad aumenta y los fracasos son más notables.

Estos presupuestos, que son generales en cualquier nivel mental, en este primer grupo cuyo nivel es limitado o bajo se ponen de manifiesto ya desde los primeros momentos del aprendizaje de las matemáticas.

Los datos concretos que hemos obtenido en los distintos aspectos analizados son los siguientes:

1. Nivel mental..- Indicamos solamente las medias obtenidas, pues, consideramos que son suficientes para satisfacer los propósitos del presente trabajo.

<u>Prueba</u>	<u>Media</u>
Información . . . . .	7'77
Comprensión . . . . .	7'58
Aritmética . . . . .	6'80
Semejanzas . . . . .	8'09
Vocabulario . . . . .	7'06
Dígitos . . . . .	7'86

Inteligencia General Verbal:

Límites ( Mínimo: C.I. = 80 ( Media C.I. = 88  
( Máximo: C.I. = 100 (

Figuras incompletas . . .	6'31
Historietas . . . . .	6'18
Cubos . . . . .	6'08
Rompecabezas . . . . .	5'94
Claves . . . . .	6'34

Inteligencia manipulativa:

Límites ( Mínimo: C.I. = 80 ( Media C.I. = 86  
( Máximo: C.I. = 98 (

Habitualmente este tipo de niños tiene en la -  
escala de Weschler un cociente intelectual manipulativo  
inferior al verbal. Siempre se ha considerado que existe

una correlación entre el nivel intelectual del individuo y el éxito en el aprendizaje de las matemáticas. Numerosas investigaciones han venido a confirmar esta hipótesis, hallando en la mayoría de los casos una correlación media entre ambas variables de 0'70 (lo cual en este campo es significativo).

Estas investigaciones han puesto de manifiesto que las correlaciones más altas se dan entre el nivel mental y la comprensión de demostraciones matemáticas y solución de problemas. De lo que puede deducirse que aquellos sujetos que tengan una inteligencia inferior al término medio encontrará dificultades en la comprensión y asimilación de las nociones lógico matemáticas.

Pues bien, analizando cualitativamente los resultados de la prueba en este primer grupo, se observa que uno de los niveles más bajos corresponde a la capacidad de razonamiento ( $\bar{X}$  : 82). Hecho que viene a confirmar que el nivel de inteligencia por lo que al razonamiento se refiere es uno de los determinantes del éxito o fracaso en el aprendizaje de las matemáticas.

En el subtest de Aritmética generalmente las puntuaciones obtenidas corresponden a una edad inferior que oscila entre los seis meses y dos años y medio de di

ferencia respecto a la edad cronológica. En el factor numérico se puede distinguir entre la capacidad para resolver cuantitativamente problemas y la simple realización automática de las operaciones. En este sentido Benton hace notar que en la mayoría de los casos, al aplicar el WISC o el WAIS, el subtest de aritmética obtiene una puntuación más baja que en los demás, mientras que en otras pruebas de cálculo operatorio consigue puntuaciones equilibradas a su edad mental. Hecho que hemos podido comprobar en nuestro análisis.

Concretamente Benton dice: "Parece posible deducir de estos resultados que el cálculo aritmético corresponde a un conjunto de capacidades relativamente específico, no necesariamente en relación con el nivel intelectual general; por el contrario, el razonamiento aritmético que exige la aplicación de ideas abstractas a situaciones concretas, parece necesitar de un espectro bastante más amplio de capacidad" (16).

Este grupo de niños también obtiene puntuacio-

---

(16) BENTON, A.: Introducción a la neuropsicología. Fontanella, Barcelona, 1971, pág. 152.



nes relativamente más bajas que en el resto de los subtests en Cubos y Rompecabezas. Conviene recordar que el subtest Cubos mide el nivel de desarrollo de la capacidad lógica de abstracción que orienta y dirige la coordinación visomotora. A su vez el subtest Rompecabezas mide una actividad que implica procesos intelectuales de clasificación, coordinación y configuración de un modelo imaginario, que sólo se va concretando a medida que se descubre las relaciones parte-todo y parte-parte-todo.

Los niños que tienen puntuaciones más bajas en estos subtests coinciden con aquellos que en su perfil -psicomotor se alejan más del nivel de su edad.

El grupo no es homogéneo, sino que se encuentra dentro de él niños con diferencias significativas en sus factores intelectuales. Así hemos podido observar dos grupos con características intelectuales distintas, aunque - todos ellos dentro de un nivel limitado o bajo de inteligencia.

- 1) El primero con un nivel de inteligencia general bajo o límite. Su cociente intelectual - oscila entre el 80 y 96 en todas las pruebas. Suelen coincidir con los niños de menos edad y las dificultades en el aprendizaje de las

matemáticas aparecen desde el primer momento. La explicación más lógica parece ser la siguiente: el niño al no tener otros elementos compensadores como puede ser la inteligencia verbal, ya que también es baja, los fracasos y falta de rendimiento se manifiestan desde el primer momento. En este primer grupo se encuentra el 64% de los niños con problemas en el nivel mental.

- 2) Un segundo grupo que presenta una inteligencia verbal normal y una capacidad baja en razonamiento deductivo con una media en el cociente intelectual de 82. A este segundo grupo pertenecen el 36% y suelen ser niños de más edad que los del grupo anterior. En los primeros cursos, su rendimiento suele ser normal debido a que no se exige en ellos una participación del razonamiento lógico y los aprendizajes se relacionan más con términos verbales relativos a conceptos matemáticos y a la automatización de las operaciones elementales. Los verdaderos problemas y dificultades se presentan al iniciarse la segunda etapa de E.G.B. en la que los aprendizajes suponen la adquisición de unos conceptos bien

asimilados y su aplicación a un proceso lógico deductivo.

2. Perfil psicomotor..- En el examen del perfil psicomotor este primer grupo presenta alteraciones en un 36% de los casos siendo estas más notables en el conocimiento del esquema corporal, en la organización del espacio y en la estructuración espacio-temporal. En los cuadros adjuntos presentamos algunos de los perfiles más significativos que indican claramente las alteraciones aludidas.

Dado que en este tipo de niños existe un retraso en el proceso madurativo global en la mayoría de los casos se da una diferencia entre su edad cronológica y el nivel de desarrollo correspondiente a la misma. En este sentido hemos comprobado que cuanto más se aleja el perfil psicomotor, especialmente en la organización espacial y la estructuración espacio temporal, de la edad cronológica mayores son las dificultades y más notables las insuficiencias en la adquisición de los conceptos numéricos, incluso los más elementales.

Respecto a la lateralidad los datos correspondientes a este primer grupo son los siguientes:

Diestros . . . . .	74%
Zurdos . . . . .	7%
Lateralidad cruzada . . . .	12%
Lateralidad mal afirmada . .	7%

No existe, por tanto, problema manifiesto en cuanto a la lateralidad. Sin embargo, los niños que presentan una lateralidad mal afirmada tienen un perfil psicomotor inferior en todos los casos a su edad cronológica en seis meses a dos años y medio de diferencia.

Aquellos niños que en su perfil psicomotor presentan problemas perceptivos son los mismos que en Cubos y Rompecabezas de la Escala de Wechsler obtuvieron las puntuaciones más bajas. En estos niños las dificultades y los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas son notorios desde los primeros cursos. Las deficiencias en el desarrollo psicomotor retrasan tanto la comprensión de las nociones básicas como el dominio y la adquisición del lenguaje matemático que de ellas se desprende.

3. Dificultades y fallos concretos en el aprendizaje de las matemáticas.- Las dificultades y fallos más frecuentes que hemos observado en este primer grupo son las siguientes:

PERFILES PSICOMOTORES

128

J. F. M.

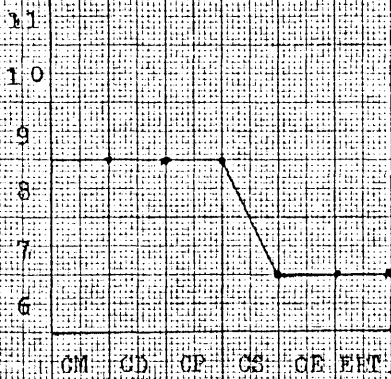
Edad: 8,6 años

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: d D D



A. G. S.

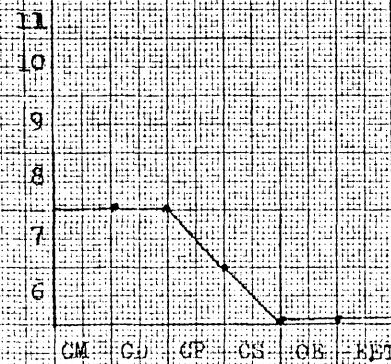
Edad: 8,8

Noción de conservación -

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: dd D



C. G. P.

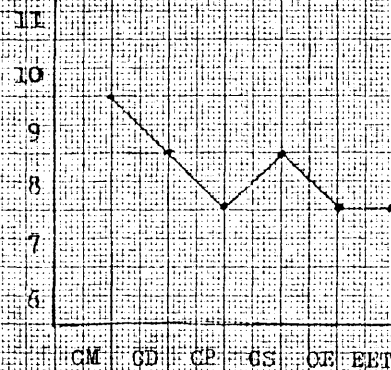
Edad: 9,4

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: ddD



189

A. L. R.

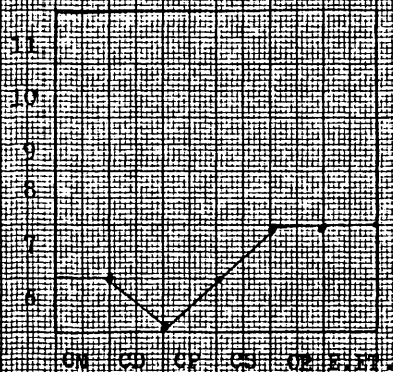
Edad: 7,6

Noción de conservación -

Noción de clasificación -

Noción de seriación -

LATERALIDAD: i.a.D.



J. A. G.

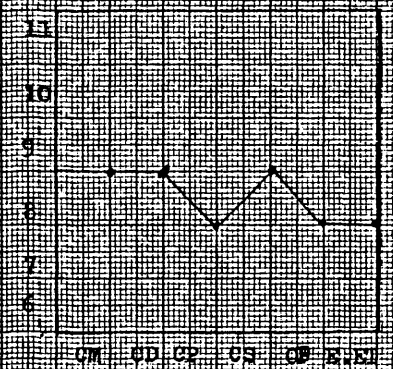
Edad: 9,6

Noción de conservación +

Noción de seriación +

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D. c.a.



V. G. G.

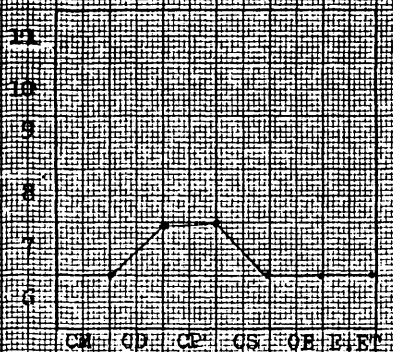
Edad: 8,2

Noción de conservación -

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D.i.i.



M

10

9

8

7

6

CM CD CP CS CE E, ET

J. M. H.

Edad: 8,4

Noción de conservación +

Noción de seriación +

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D.I.D.

11

10

9

8

7

6

CM CD CP CS CE E, ET

R. O. R.

Edad: 10,3

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D.I.D.

11

10

9

8

7

6

CM CD CP CS CE E, ET

M. A. H.

Edad: 9,6

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D.I.I.

En la adquisición y comprensión de las nociones elementales, que Piaget considera imprescindibles para la comprensión del número como son la conservación, seriación, la clasificación, etc., hemos comprobado lo siguiente: dado que estas nociones no dependen sólo del aprendizaje, sino que suponen un nivel de desarrollo determinado que depende del proceso madurativo y del ritmo de desarrollo del mismo, en los niños con un nivel mental bajo o límite, dicho proceso se manifiesta más lento. Esto lleva consigo un retraso en la adquisición de estas nociones básicas y, por consiguiente, de los procesos mentales dependientes de las mismas. Este hecho exige necesariamente alargar el período de práctica manipulativa acorde con el ritmo característico de cada niño. Normalmente cuando los demás niños ya han alcanzado el período de las operaciones concretas, los que presentan un nivel mental bajo o límite siguen más tiempo ligados a sus percepciones con un pensamiento intuitivo propio del período preoperatorio.

De las tres nociones básicas sólo un 22% había conseguido comprender y manejar problemas con ellas a pesar de que alguno de ellos ya tenía once años.

El 64% de los que tenían de seis a nueve años habían adquirido la noción de conservación pero ninguno



comprendía las de seriación y clasificación. Es más, en las pruebas de adquisición y comprensión de las nociones de cantidad, conservación, siguen creyendo que hay más - cantidad de líquido en el frasco más alto mientras los - demás niños ya han dado el paso a la comprensión de que lo único que varía es la forma del recipiente. Del mismo modo al hacer las clasificaciones con objetos siguen el criterio de la percepción espacial en vez de buscar la - relación lógica entre los mismos; o al hacer las seriac- ciones basta con separar, por ejemplo, los palitos, para que dejen de creer en su equivalencia.

En resumen, a este tipo de niños les cuesta mucho más el pasar del plano de la acción al de la represen- tación mental de las mismas operaciones y esa dificultad y lentitud la manifiestan en cada uno de los niveles del desarrollo y en la adquisición de los conceptos inheren- tes a cada uno de esos niveles.

Respecto a la comprensión y manejo de los núme- ros encontramos los siguientes datos: Fácilmente llegan a la comprensión verbal de los números dado que se trata de un aprendizaje meramente mecánico que no suele presen- tar mucha dificultad. Sin embargo, a la hora de relacio- nar los números con los objetos reales es cuando empie- zan las dificultades y los inconvenientes para el uso de

aquellos términos verbales. Hemos observado que el niño aunque sepa contar memorísticamente no es capaz de relacionar esos números con objetos que representan. Hecho - que pone de manifiesto que aunque el niño sepa contar - verbalmente y de un modo memorístico, sin embargo, no - comprende el significado de los números ni el uso que de ellos se puede hacer.

Estas dificultades aumentan a medida que la enseñanza de las matemáticas van presentando los distintos sistemas de numeración y, en concreto, el decimal. Este tipo de niños tarda mucho en comprender que cada grupo - de diez unidades forme una unidad de orden superior. Hecho que se refleja tanto en la escritura como en la lectura de las cantidades. Dificultad que se vuelve a poner de manifiesto al pasar de las decenas a las centenas y - de estas a la unidad de millar.

Es frecuente encontrar en estos niños dificultades para comprender la función del lugar que ocupa cada cifra dentro de un número determinado. Dificultad que se acrecienta a medida que las cantidades son mayores o si en ellas aparece algún cero. Así, por ejemplo, al pedirles que escribiesen 30, no encontraban mayor dificultad; sin embargo, sí la encontraban en 300, 3.000 o más,

y, sobre todo, si se trataba de cifras en las que los ceros van intercalados, como en 307, 30.054, 30.014, etc.

En otros casos al pedirles que escribiesen una determinada cantidad, por ejemplo, 402, fácilmente escribían la unidad seguida de ceros correspondientes y a continuación el resto de las cifras: 4.002.

En las seriaciones que por muy sencillas que sean implican siempre un proceso lógico (que en este tipo de niños evoluciona más lentamente que en los que poseen un nivel de inteligencia normal o alto) no son capaces de descubrir la relación entre los números que la forman. Esto se manifiesta tanto en las seriaciones fundamentales -contar de dos en dos, de tres en tres, cuatro en cuatro, ...- como en los conceptos más complejos fundamentados en dichas seriaciones.

Estas dificultades se hacen más notorias cuando se trata de seriaciones inversas o descendentes ya -que exigen haber interiorizado y comprendido el concepto de reversibilidad sobre el que se fundamenta el proceso lógico utilizado.

En cuanto a la práctica de las operaciones podemos distinguir entre las operaciones directas (suma y

multiplicación) y las operaciones inversas (resta y división).

Respecto a las primeras, hemos observado que no guardan relación con el nivel mental ya que los niños - aprenden las tablas mecánicamente y de un modo memorístico aunque en muchos casos no comprenden su significado, sobre todo, cuando el niño no tiene adquiridas las nociones básicas.

Hemos comprobado que aunque el niño conozca - las tablas de sumar, por ejemplo, es incapaz de descomponer un número dado en otros menores que él:  $16 = 10 + 6 = 9 + 7 \dots$

La suma sin retención no suele presentar dificultades. Estas comienzan cuando se pasa de 10 y es preciso utilizar una técnica particular; no escribir más - que el número de las unidades y "retener" el de las decenas (centenas). En estos casos los niños o bien no saben que hacer, o bien colocan y escriben en cada columna el resultado completo como si se tratase de operaciones independientes.

$$\begin{array}{r}
 \text{Por ejemplo: } \quad 6 \ 4 \ 7 \ 6 \\
 + \quad \quad \quad 9 \ 7 \ 5 \ 2 \\
 \hline
 15 \ 11 \ 12 \ 8
 \end{array}$$

Por otra parte, los niños con nivel mental bajo y con un desarrollo lento de sus funciones mentales suelen utilizar más tiempo los dedos para contar y se ayudan con frecuencia de otros elementos auxiliares como rayas, barritas, etc.

Cuando se les dicta las cantidades a sumar la dificultad más frecuente, sobre todo, en los sujetos más jóvenes y en aquellos que presentan alteraciones en el perfil psicomotor, es la de alinear las unidades del mismo orden:

$$\begin{array}{r}
 4357 \\
 + \quad 39 \\
 \hline
 \end{array}
 \quad \text{y no} \quad
 \begin{array}{r}
 4357 \\
 + \quad 39 \\
 \hline
 \end{array}$$

En la multiplicación ocurre algo parecido ya - que se trata, en realidad, de varias sumas sucesivas a - presentar de forma sintetizada. Los fallos más frecuentes consisten en no saber colocar las cantidades correctamente unas debajo de las otras. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 364523 \\
 \times 42 \\
 \hline
 628046 \\
 1246082 \\
 \hline
 1874128
 \end{array}$$

En este caso no sólo existe fallos en el orden

sino que el niño se olvida de las que lleva y simplemente escribe la cifra de las unidades.

En otras ocasiones no tienen reparos en escribir las cantidades completas sin retener las que van para sumarlas a la cifra siguiente. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r}
 2495 \\
 \times 43 \\
 \hline
 612715 \\
 8163620 \\
 \hline
 822484715
 \end{array}$$

En la resta y en la división las dificultades aumentan debido a que tienen menos posibilidades de automatización y se necesita además de las nociones de conservación, reversibilidad, etc. Ahora se precisa de un proceso lógico-mental que no es posible suplir con la mera automatización.

Si en la suma ya encontrábamos dificultades al pasar del número de las unidades a otro de orden superior, en la resta estas dificultades aumentan cuando se trata de comprender una operación en la que se resta un número menor de otro mayor dentro de unas cantidades diferentes. Por ejemplo: 62-28. Entonces decimos: de 8 a 12 van 4 y

me llevo 1; 2 y 1 son 3; de 3 a 6 van 3; resultado: 34. Este lenguaje resulta incomprensible para el niño, pues, lleva implícito un teorema matemático y le da la impresión al niño de algo muy complicado.

Si se les dicta o pide que resten, por ejemplo, 36 de 74 ¿cuánto queda?. Hasta los 9 años hemos observado que un 33% escriben: 36-74.

En el caso de la división estas dificultades - aparecen más arraigadas, ya que se trata de diferentes - operaciones unidas para obtener el resultado y hay que - manejar un conjunto de datos simultáneamente para obtener un resultado correcto.

Los niños en principio tienden a dividir el número grande por el pequeño sin tener en cuenta los datos reales que se le aportan. Unos colocan mal las cifras; - en otros casos, y en un porcentaje respetable no son capaces de tener en cuenta todos los datos al mismo tiempo y se olvidan, por ejemplo, de llevar. Los fallos aumentan en cuanto se trata de dividir por más de una cifra.

Respecto al cálculo mental, dado que estos niños permanecen por más tiempo ligados a los elementos concretos y les resulta más costoso pasar de la acción a la

representación mental y como el cálculo mental exige una interacción de funciones (como es la atención, la memoria, la rapidez...) presentan un nivel de dificultades superior a los demás y la precisión es siempre muy baja. De todas maneras, como afirma Mialaret, el cálculo mental no es lo más importante, sino la familiarización de los niños con los números, su combinación y sus relaciones (17).

En la resolución de problemas las dificultades y los fallos son más notables y frecuentes. Aún sabiendo utilizar las operaciones elementales, no son capaces de aplicarlas a la resolución de problemas aunque sean muy sencillos.

En este campo concreto hemos recogido los siguientes aspectos.

-Niños que no comprenden el problema. No se trata, como sucede con los niños disléxicos, que no comprenden el significado de cada frase. Este tipo de niños sí lo entienden pero lo que no comprenden es el sentido global de proble-

---

(17) MIALARET, G.: Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1977, -pág. 59.



ma. En estos casos les resulta muy difícil tomar en consideración todos los aspectos y datos del problema y en la práctica lo que hacen es operar con algunos de los datos con lo cual les resulta imposible encontrar la resolución adecuada.

-Otros niños, aun comprendiendo el significado del problema, no saben que tipo de operación deben realizar para obtener el resultado. Entonces el niño hace cualquier cosa, no importa qué. En unos casos suman sin más las cantidades; en otros suman y multiplican y normalmente huyen de las divisiones aunque se trate de cantidades pequeñas.

Al realizar las operaciones se ponen de manifiesto las dificultades que hemos señalado en el manejo de las mismas.

De las tres formas en que se presentaban los problemas cuando se trataba de hallar un dato que faltaba un 36% de los niños de este grupo no es capaz de encontrar la solución hasta los 10-11 años.

En cuanto al aprendizaje de los términos y sig-

nos empleados por la Matemática moderna, como correspondencia unívoca, biunívoca, intersección, inclusión, pertenencia, complementación, etc., por tratarse de términos poco usuales, sin relación inmediata con realidades concretas y, en consecuencia, sin atractivo para ellos, aumentan las dificultades ya indicadas. Si uno de los mayores inconvenientes que encontrábamos en este grupo de niños era la de asociación objeto-número, dichos inconvenientes se repiten en la comprensión de unos conceptos - abstractos que en la mayoría de los casos les resultan - incomprensibles y sin relación con la realidad que ellos manipulan.

Dado el lento desarrollo que en general existe en estos niños con un nivel mental bajo en la comprensión de los conceptos y uso de los términos de la matemática moderna presentan un retraso que va desde los seis meses a los dos años y medio respecto a la media.

4. Características y dinámica de la personalidad.- En todos los casos que hemos analizado observamos algún trastorno en la dinámica personal del niño. De los rasgos más sobresalientes, que por su alto índice de frecuencia dan un tipo de personalidad característico, hemos encontrado los datos siguientes:

Sentimientos de inferioridad . . . . . 22%

Inseguridad . . . . .	35%
Inmadurez y deficiencia afectiva . . . .	18%
Rasgos inhibitorios y depresivos . . . .	15%

Lo más frecuente es que los niños vivencien su falta de rendimiento y las dificultades que encuentran - con sentimientos de inferioridad respecto a sus compañeros, especialmente en aquellos casos en los que su bajo rendimiento escolar coincide con cierta torpeza en el dominio de su cuerpo y con la falta de agilidad en los juegos competitivos. Ante los diversos fracasos el niño reacciona sintiéndose, inseguro llegando a una falta de interés que poco a poco se va extendiendo al resto de las materias escolares.

En los niños de más edad aparecen síntomas significativos de depresión que llevan a una negación de la actividad escolar y de colaboración con los Profesores.

En muchos casos, estas alteraciones de la personalidad dan como resultado un rendimiento más bajo de lo que cabría esperar de sus capacidades reales, aunque de por sí sean limitadas.

### Niños discálculos y disléxicos

En este segundo grupo que comprende el 22% de la muestra hemos incluido aquellos niños que además de tener dificultades en el aprendizaje de las matemáticas presentan también alteraciones de tipo disléxico con lo cual el cuadro general se agrava y los fracasos tanto en el área del lenguaje como en el de las matemáticas, son más llamativos.

Sin detenernos en el análisis de las múltiples teorías que intentan explicar los factores etiológicos de las dislexias, nos hemos fijado en los distintos aspectos que presentan en las diferentes etapas evolutivas y niveles escolares en que se encuentran los niños, atendiendo, sobre todo, aquellos que están más relacionados con la psicomotricidad y que, en estos casos, son los más importantes.

1. Nivel intelectual.- Al igual que en el primer grupo exponemos solamente las medias obtenidas, que algunos aspectos son suficientemente significativos y proporcionan la base para poner de manifiesto los factores que explican los fracasos, sobre todo, al ponerlos en relación con los demás aspectos observados.

<u>Pruebas</u>	<u>Media</u>
Información . . . . .	9'61
Comprensión . . . . .	8'94
Aritmética . . . . .	8'02
Semejanza . . . . .	8'34
Vocabulario . . . . .	9'34
Dígitos . . . . .	9'06

## Inteligencia General Verbal:

Límites ( Mínimo: C.I. = 92  
( Máximo: C.I. = 104

Fig. Incompletas . . . . .	6'31
Historietas . . . . .	6'78
Cubos . . . . .	6'20
Rompecabezas . . . . .	6'28
Claves . . . . .	6'40

## Inteligencia Manipulativa:

Límites ( Mínimo: C.I. = 80  
( Máximo: C.I. = 82

En este grupo las puntuaciones obtenidas en las diferentes pruebas de la inteligencia manipulativa son significativamente inferiores a las de la inteligencia general verbal. En algunos casos la diferencia es su

perior a 15 puntos. Datos que coinciden con otras investigaciones similares.

Este grupo de niños, según se puede deducir de las puntuaciones obtenidas, teóricamente no presenta problemas en cuanto a la capacidad general se refiere. Las dificultades se manifiestan en algunos de los factores de la inteligencia manipulativa y, más concretamente, en aquellos que tienen relación con capacidad perceptivo-visual, organización espacial y posibilidades simbólicas.

Así en el subtest de Figuras Incompletas la media obtenida es de 6'31. Los factores que subyacen en esta prueba son: organización y previsión perceptiva principalmente, como "capacidad para interpretar y organizar los materiales visualmente percibidos en un tiempo límite" y para "darse cuenta de las posibilidades implícitas en su contexto figurativo".

Son ambos factores que se encuentran influidos principalmente por el ejercicio psicomotor que un determinado ambiente posibilita o exige. El desarrollo de esta capacidad no exige operaciones formales, sino percepciones concretas y apreciación de elementos dentro de las percepciones totalitarias.

En el subtest Cubos la media es de 6'20. Los factores implícitos en la prueba son:

-Organización perceptiva: "capacidad para interpretar y organizar los materiales percibidos visualmente, en un tiempo límite".

-Relación y reestructuración figurativa: "Captar relaciones entre formas observadas y otros elementos figurativos, a la vez que efectuar cambios de interpretación en esos complejos figurativos".

Las actividades que se realizan, para resolver las tareas que plantean los items de Cubos, van más allá de la mera percepción o captación de elementos figurales. Se exige la descomposición espacial de los elementos de una figura abstracta en sus cualidades de forma y color que los define, así como la búsqueda de relaciones entre los diversos elementos espaciales-formales, que componen una determinada figura.

Si la experiencia cotidiana con el medio prepara las condiciones de estas organizaciones perceptivas, el desarrollo de esta capacidad exige un ejercicio más especializado a través de la manipulación de elementos que componen figuras abstractas, y que en sí mismos tie-

nen varias posibilidades de combinación.

En el subtests Rompecabezas cuya media es de - 6'28 los factores que subyacen en las funciones exigidas por la prueba son:

Organización perceptiva:

-Orientación espacial: "Captar las interrelaciones coherentes entre formas u otros elementos figurativos, captar propiedades sistemáticamente invariables".

-Visualización: "Comprender las nuevas interrelaciones figurativas de elementos resultantes de un cambio indicado".

Las diferencias con respecto a Cubos se encuentran principalmente, en que: la organización perceptiva - se establece aquí en torno a figuras concretas y no abstractas como en Cubos, muy conocidas por los niños; los elementos de que se componen las figuras sólo tienen una posibilidad correcta en el conjunto total, son ya formas concretas y fijas, aunque no acabadas, de un todo más amplio con significación integral.

Esto induce a pensar que Rompecabezas no tiene una exigencia de combinación abstracta y que se relacio-



na más con la capacidad de captar y seleccionar las formas parciales, como componentes de un todo, que con la capacidad de combinar las diversas posibilidades de un elemento con lo demás, para integrarse en composiciones abstractas.

Ambos subtests suponen el desarrollo de la organización espacial. De hecho en el perfil psicomotor la mayor parte de los niños presentan una deficiente estructuración espacio-temporal, organización espacial y escaso conocimiento del esquema corporal.

En el subtest Claves la puntuación media también resulta muy baja (6'40). Los factores subyacentes a esta prueba parecen estar relacionados con la posibilidad simbólica, con la capacidad de utilizar símbolos diversos y la facilidad para asociar entre sí y retener la asociación. En los niños "disléxicos" es manifiesta su dificultad para distinguir signos parecidos o identificar su significado.

En cuanto a otros aspectos relacionados con la actividad intelectual lo más significativo es el grado elevado de fatigabilidad debido en parte al gran esfuerzo de atención que tienen que realizar los niños disléxicos por sus dificultades en la orientación. Este esfuer-

zo hace que no puedan mantener la atención durante largo tiempo, lo que ha obligado en un 17% de los casos a realizar la prueba en dos sesiones diferentes con un descanso intermedio.

2. Examen del perfil psicomotor.- El resultado de las pruebas utilizadas en la obtención del perfil psicomotor aporta los siguientes datos: un 67% de los niños que integran este segundo grupo presentan dificultades para el conocimiento del esquema corporal.

-Un 68% presentan problemas en la organización espacial y en la estructuración espacio-temporal. Desde el punto de vista madurativo se puede afirmar que se trata de la misma problemática en diferentes momentos evolutivos: lo primero que adquiere el niño es el conocimiento de su esquema corporal; una vez adquirido éste ya tiene los puntos de referencia en su propio cuerpo para poder orientarse en el espacio. Más tarde adquiere la capacidad de establecer las relaciones de su cuerpo con los objetos y, por último, las relaciones topológicas de los objetos entre sí, pero siempre tomando como referencia su propio cuerpo.

-Cuando en el perfil de los niños de nueve años o más corresponde a una edad de siete años o inferior a -

# PERFILES PSICOMOTORES

2.10

C. D. P.

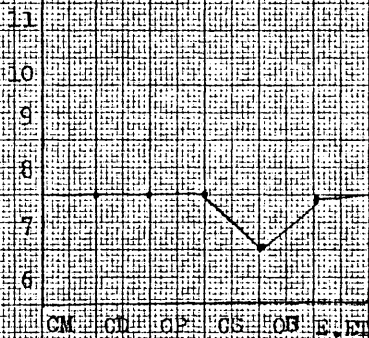
Edad: 9.2

Noción de conservación -

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

Lateralidad: D.I.D.



L. A. L.

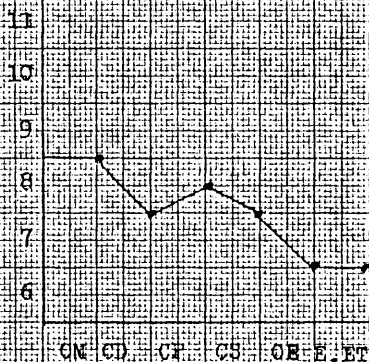
Edad: 10.5

Noción de conservación +

Noción de seriación =

Noción de clasificación -

Lateralidad: D.I.C.



G. M. Z.

Edad: 11

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

Lateralidad: I.I.I.



Q.J

C. M. D.

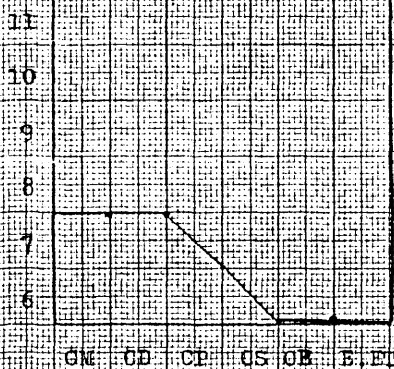
Edad: 7,6

Noción de conservación -

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: d.d.D.



P. B. G.

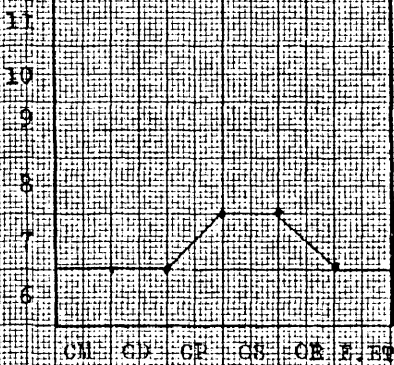
Edad: 9,3

Noción de conservación -

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D.i.D.



E. G. P.

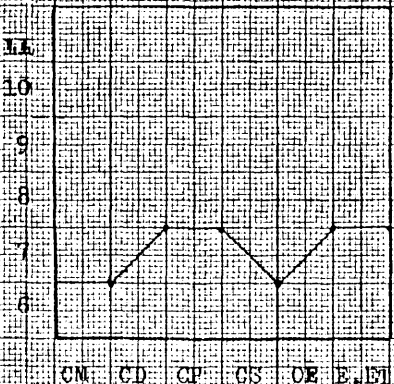
Edad: 8

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: d.I.d.



212

M. R. P.

Edad: 7,8

Noción de conservación +

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: d, l, D.

11

10

9

8

7

6

CM CD CP CS OE E.ET

11

10

9

8

7

6

CM CD CP CS OE E.ET

B. F. P.

Edad: 9

Noción de conservación +

Noción de seriación +

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: D, l, d.

H. F. Q.

Edad: 10,6

Noción de conservación +

Noción de seriación +

Noción de clasificación +

LATERALIDAD: D, l, D.

11

10

9

8

7

6

CM CD CP CS OE E.ET

ésta, estos niños no tienen adquiridas las nociones básicas de conservación, seriación y clasificación.

-No significa lo mismo siete años en la organización espacial y estructuración espacio-temporal en los niños de siete años que en los de nueve o más. Cuanto más se aleja la curva del perfil psicomotor de la edad real más importantes son las deficiencias en la adquisición - de las nociones básicas y mayores las dificultades que - presentan en el aprendizaje de las matemáticas.

Al exponer los problemas y dificultades concretas a nivel de las operaciones elementales y de los problemas se pondrá de manifiesto los fallos concretos que este tipo de niños presenta, como consecuencia de las deficiencias observadas en el perfil psicomotor cuya superación se muestra imprescindible y necesaria para una - comprensión correcta y un desarrollo normal de los diferentes niveles.

En cuanto al problema de la lateralidad los - transtornos que presentan los niños disléxicos son mucho más acusados que en los otros dos grupos que analizamos en el presente trabajo.

Los datos concretos obtenidos son los siguien-

tes: De total de los niños que componen el grupo sólo el 14% presenta una lateralidad bien afirmada, de los que - el 11% con diestros y el 3% zurdos. Un 28% tiene una lateralidad cruzada y el 58% restante presenta una lateralidad mal definida. Algunos de los que presentan una lateralidad mal afirmada son zurdos contrariados.

Cuando la lateralidad está mal definida el porcentaje de niños con dificultades en la adquisición de las nociones básicas aumenta considerablemente, según se aprecia en los cuadros siguientes.

Se aprecia también que, cuando la lateralidad está mal definida y, en algunos casos de la lateralidad cruzada, se da una organización espacial muy deficiente, lo mismo que la estructuración espacio-temporal, siendo inferior el perfil psicomotor a la edad cronológica desde seis meses a dos años y medio en la mayoría de los casos.

Al coincidir la lateralidad mal definida con una organización espacial deficiente se pone de manifiesto la relación entre la afirmación de la lateralidad y la organización espacial.

### 3. Dificultades más frecuentes presentadas en



215

LATERALIDAD

DIESTROS : 11 %

Conservación: 83 %

Seriación: 68 %

Clasificación: 66 %

ZURDOS : 1 %

Conservación: 76 %

Seriación: 62 %

Clasificación: 58 %

LATERALIDAD CRUZADA : 28 %

Conservación: 54 %

Seriación: 42 %

Clasificación: 34 %

LATERALIDAD MAL AFIRMADA : 58 %

Conservación: 32 %

Seriación: 26 %

Clasificación: 22 %



el aprendizaje de las matemáticas. - Las dificultades para el aprendizaje del cálculo en los niños disléxicos - fundamentalmente están basadas en alteraciones de tipo verbal y perceptivo motrices, de tal manera que en estos niños vamos a encontrar fallos tanto en lo referente a los conceptos utilizados y a su significado como a la posición determinada y concreta que exigen las operaciones para su correcto funcionamiento y comprensión.

Las primeras dificultades aparecen a nivel de la simple numeración. El niño disléxico le cuesta aprender términos verbales en relación con los conceptos numéricos. El cálculo y las matemáticas, al igual que el lenguaje, reposan sobre una base de simbolización que, como hemos expuesto en la base teórica, requiere el paso de la acción a la representación y traducción simbólica y, en el caso de los niños disléxicos, este paso está alterado.

Esta dificultad es manifiesta tanto en el aprendizaje verbal como en la escritura y lectura de los números. Encontramos alteraciones gnósicas (o de conocimiento) que comprenden tanto la percepción visual como la memoria visual que tienen entre sí una íntima relación.

Con cierta frecuencia confunden los números en-

tre sí, sobre todo, aquellos que tienen cierto parecido espacial como el 6 y el 9; el 2 y el 5; el 3 y el 8. Aparecen escritos los números en espejo especialmente en los zurdos contrariados o con la lateralidad mal definida. En la reproducción de la percepción grafomotora realiza los movimientos gráficos de forma incorrecta y con los giros invertidos. En este sentido, igual que hace con algunas letras, empieza a escribir determinados números por abajo (1, 3, 7, 9).

En los niños de menos edad hemos observado que al no tener bien organizado el espacio y carecer de una adecuada orientación, aunque conozca memorísticamente los números, a la hora de representarlos es incapaz de situarlos dentro de unos espacios determinados y con una dirección concreta. En otros casos, encontramos una distribución irregular a la hora de reproducir una serie, sin tener en cuenta la dirección establecida de izquierda-derecha. Invierten la dirección y escriben de derecha a izquierda o de arriba-abajo.

Otra consecuencia de su deficiente desarrollo tanto del esquema corporal como del desarrollo viso-motor y, sobre todo, la estructuración espacio-temporal, es la frecuencia con que presentan alteraciones en la posición de las cantidades, en el orden y en la correspondencia.

De este modo desconocen cuál es la posición correcta de las unidades, de las decenas centenas, etc., y especialmente, al operar con el sistema decimal.

A esto se añade la confusión de los números - con cierto parecido viso-espacial y el cambio de posición de los mismos dentro de una determinada cantidad. Así, - por ejemplo, confunden y escriben 39 por 93, 516 por 561, 2.497 por 5.476, etc.

En las seriaciones, como la noción de orden está ligada a aspectos complejos de estructuración espacio-temporal, las dificultades aumentan a partir de las decenas y, sobre todo, si la seriación es inversa y si los números se van alternando de dos en dos, tres en tres, - etc.

En las operaciones concretas de sumar, restar, multiplicar y dividir, las dificultades señaladas aumentan a medida que éstas son más complejas.

Respecto a las tablas de sumar y multiplicar - no presentan problemas en su memorización y mecanización. Las dificultades giran en torno a la posición de las cantidades y orientaciones espaciales. De este modo, los niños disléxicos no presentan problema en cuanto al cálculo.

lo mental, las dificultades aparecen al representar gráficamente las cantidades y las operaciones.

En la suma, los fallos más habituales son los siguientes:

-Empiezan las operaciones por la izquierda.

-Cuando la suma de los números pasa de 10 y no se escribe más que el número de las unidades reteniendo el de las decenas o de las centenas, con frecuencia escriben el número total. Así, por ejemplo, en las sumas siguientes no sólo realizan la operación empezando por la izquierda, sino que escriben la unidad y la decena.

34	358	873
83	416	468
<hr/>	<hr/>	<hr/>
1114	7614	121412

-Dada la dificultad de los niños disléxicos para la discriminación de signos, especialmente los opuestos, restan en vez de sumar o, en la misma operación, unas veces suman y otras restan.

-Si las cantidades son dictadas aparecen las dificultades de posición de las unidades debajo de las unidades, las

decenas debajo de las decenas, las centenas debajo de las centenas, etc. Aparecen la dificultad, también encontrada en el primer grupo, de escribir las cantidades con las unidades seguidas de ceros, las decenas lo mismo, etc. Por ejemplo, para escribir 3.425, ponen 30040025.

En la resta, las dificultades de posición correcta de las cifras son las mismas; a las que se añaden, en este caso, la posición de arriba o abajo que es determinante del resultado correcto. Si ya en la suma cuando se pasaba de la unidad a la decena presentaban problemas a la hora de "retener" la cifra de la decena, aquí se acrecientan las dificultades y, o bien las restan independientemente cada columna de por sí o bien restan el menor del mayor independientemente de la posición que ocupa cada uno.

Igual que ocurría en la suma, a veces en la misma operación unas veces restan y otras suman poniendo de manifiesto la dificultad en la simbolización y la confusión de signos.

En la multiplicación, las dificultades son similares a las ya indicadas. Suelen retener con facilidad las tablas de multiplicar y comprenden su mecanismo. Las dificultades aparecen, sobre todo, al no saber por dónde

tienen que empezar y con cierta frecuencia inician las -  
operaciones por la izquierda.

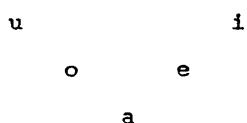
En la división, por tratarse de una operación inversa las dificultades se acrecientan. Como son varios los datos que hay que tener en cuenta al mismo tiempo, - confunden unas operaciones con otras y así, en la misma operación, unas veces suman en vez de restar; en otras - ocasiones, empiezan a multiplicar por la izquierda en - vez de la derecha, como en el caso del divisor que tenga varias cifras, etc.

Respecto al cálculo mental este tipo de niños no manifiesta problemas ya que su memoria no presentan - ninguna dificultad especial y su capacidad de inteligencia abstracta hemos comprobado que no presenta tampoco - niveles bajos.

En la resolución de problemas se ponen de manifiesto las dificultades características de los trastornos disléxicos y que están basadas en unas alteraciones que pueden ser o bien fundamentalmente de tipo verbal y lingüístico o bien de tipo perceptivo-motor , especialmente, las relacionadas con la estructuración espacio-temporal.

En cuanto a las dificultades debidas a las alteraciones de tipo verbal se manifiestan al copiar el enunciado de los problemas apareciendo los trastornos más frecuentes de omisiones, cambios de letras, inversiones, sustituciones, inclusiones, distorsiones, etc. que hacen, en muchos casos, ininteligibles los mismos enunciados.

Hemos podido comprobar cómo en los cambios de letras vocales se ponía de manifiesto la relación entre las mismas según el denominado triángulo vocálico, de -



tal manera que las sustituciones de unas letras por otras se hacían con mucha más frecuencia entre aquellas vocales que están más próximas entre sí en el triángulo. Por ejemplo, confunden la a con la e; la a con la o; la e con la i; la o con la u; y más difícilmente la u con la i.

En general las alteraciones principales que hemos encontrado las podemos resumir a las siguientes:

-Confusión de letras de sonido semejante.- Los pares fónicos de las letras más frecuentemente confundi-

das son: ae ei ao ou lr td pc, etc.

Esta sintomatología es la que con mayor frecuencia se presenta y es causada por una incoordinación audigráfica, incoordinación audiovisográfica y por trastornos de la percepción auditiva.

-Confusión de letras de forma semejante.- Que forman los pares visuales: mn ññ rz bt, etc.

Las principales causas de la confusión de letras de forma semejante son: trastornos de la percepción visual o incoordinación visográfica.

-Confusión de letras de orientación simétrica.- Constituyen los pares espaciales: bd pq lj hy, etc.

Las causas de estas alteraciones están constituidas por trastornos espaciales, trastornos de la lateralidad y alteraciones del esquema corporal.

En otras ocasiones los fallos consisten en agregados de letras o sílabas sin sentido o dividiendo las palabras arbitrariamente. Estos fallos estarían explicados por trastornos de tipo perceptivo, trastornos del ritmo y fallos en el proceso de globalización.



Otro de los fallos que se encuentra con cierta frecuencia es la omisión de letras, sílabas o palabras, en otros casos, las alteraciones consisten en la trasposición de letras o sílabas; por ejemplo, escriben "los" por "sol" o "le" por "el", etc. Hechos que se explican - por alteraciones en la ordenación, fallos en la secuencia y defectos de ritmo.

Como consecuencia de estos fallos que no se - suelen presentar aisladamente, sino varios al mismo tiempo, el texto escrito por el disléxico no es comprensible. Entonces los niños no entienden lo que ellos mismos escriben y no captan el problema ni el tipo de operaciones que tienen que realizar. En estos casos, o bien no realizan - ningún tipo de operación o bien suman, restan... sin sentido y al azar.

Al realizar las operaciones es cuando aparecen las dificultades señaladas anteriormente en las diferentes operaciones.

Además de las dificultades indicadas los niños disléxicos confunden el significado de los términos opuestos, como izquierda-derecha, arriba-abajo, quitar-poner, sobrar-faltar, poco-mucho, grande-pequeño, largo-corto, etc. Asimismo presentan dificultad para aprender térmi-

nos nuevos. Todo ello repercute necesariamente en la comprensión de los problemas y su resolución.

A todo esto se puede añadir las dificultades debidas a la desorientación espacio-temporal que en los problemas tiene un interés especial. En todo problema existe, por muy simple que sea, una ordenación de elementos cuya comprensión resulta difícil para el niño disléxico, dado que la elaboración de secuencias temporales es una de sus dificultades básicas.

En la resolución de cualquier problema se necesita ordenar unos datos que son:

- lo dado (lo que se tiene antes)
- la modificación de lo dado (lo presente)
- -el resultado al que tendrá que llegar (resultado)

Por consiguiente, el niño tiene que tener adquiridos una serie de términos temporales, como al principio, antes, ahora, después, en medio, simultaneidad, etc... - sin los cuales no es posible comprender y solucionar los problemas.

Cuando en un mismo problema incluye varias ope

razones a realizar en tiempo distintos, las dificultades para su comprensión en el disléxico aumentan. Lo mismo sucede cuando coinciden en un mismo problema nociones espaciales y temporales, como ocurre con los problemas de móviles.

Estas dificultades se ponen especialmente de relieve en el aprendizaje de la geometría por tratarse de relaciones espaciales.

Los niños que presentan alteraciones perceptivas y desorientaciones espaciales fallan y tardan mucho en adquirir conceptos de orden topológico, como la localización de figuras en el espacio, apreciación de formas, diferencia de las mismas, etc... Dificultades que se van acrecentando cuando los problemas requieren el dominio de las tres dimensiones, como sucede en el caso de los volúmenes, desarrollo de las figuras, etc.

En el aprendizaje de la Matemática moderna encontramos las mismas dificultades que en el grupo primero en lo referente a la comprensión de unos términos que resultan demasiado abstractos para el niño y ante los que se sienten muy poco motivados debido a su falta de relación inmediata con la realidad concreta.

Los fallos específicos de este grupo en este -  
campo concreto de la matemática está en la confusión de  
los signos que utiliza. Un 64% confunde los signos siguien-  
tes:

Inclusión: $C$	No inclusión: $\phi$
Pertenencia: $\in$	No pertenece a: $\notin$
Intersección: $\cap$	Unión: $\cup$
Igual a: $=$	No igual a: $\neq$
Mayor que: $>$	Menor que: $<$

De esta manera se pone de manifiesto una vez -  
más la dificultad que encuentran los niños disléxicos -  
para aprender términos verbales en relación con concep-  
tos numéricos y, sobre todo, su limitado dominio de la -  
simbolización, que les lleva a una aparente incapacidad  
para distinguir signos que tienen cierto parecido espa-  
cial o significado opuesto.

#### 4. Características de la dinámica personal.-

Los datos que hemos obtenido en las distintas pruebas re-  
ferentes a la personalidad han sido los siguientes:

##### a) Falta de confianza en sí mismo e inseguridad:

38%

La falta de confianza en sí mismos se acentua

con la edad a lo que se une con cierta frecuencia un elevado desinterés por las tareas escolares. Estos niños a medida que se van dando cuenta de su fracaso y ante los esfuerzos muchas veces infructuosos para superarlo, adoptan una actitud de apatía y de desgana. Los más inteligentes intentan compensar sus dificultades y alteraciones - perceptivo-espaciales, sobre todo los de más edad, para pasar desapercibidos.

Como se trata de niños que normalmente presentan un rendimiento y unas calificaciones bajas, son marginados del grupo y a veces considerados "retrasados" en su desarrollo intelectual. El esfuerzo que realizan para superar sus dificultades les lleva a un elevado grado de fatigabilidad con la consecuencia lógica de una atención inestable y poco continuada.

b) Inestabilidad: 26 %

La inestabilidad emocional se presenta unida a los rechazos y cierta hostilidad por parte de sus compañeros, a una búsqueda de afectividad, y protección de los profesores y adultos. Esto repercute en el rendimiento académico resultando aun más bajo que lo que cabría esperar por sus dificultades específicas. La inestabilidad, además, se ve acentuada por la desorientación espa-

cio-temporal: el no tener puntos de referencia que le ayuden a fijar su posición y su propio psiquismo dentro del contorno, le produce estados de ansiedad e incluso de angustia.

c) Inhibición, depresión y oposición: 29%

Ante los fracasos reiterados suelen reaccionar con sentimientos de inferioridad, tristeza, bloqueo, timidez, inhibición, etc., en unas ocasiones; en otras, como compensación y dándose cuenta del desajuste entre sus posibilidades intelectuales y aspiraciones, y sus resultados escolares, reacciona con obstinación, negativismo, terquedad, etc. Suelen ser niños desobedientes, pretendiendo de este modo afirmar su personalidad.

d) Impulsividad, vanidad, timidez, pasividad, etc.: 7%

Todo esto indica que el modo de reaccionar de unos niños y otros frente a su problema concreto es muy distinta, influyendo una serie de factores que no son objeto del presente análisis.

Niños con problemas de índole diversa

En este tercer grupo, que constituye el 36% de la muestra, hemos incluido aquellos niños que, presentando dificultades, fallos y trastornos en el aprendizaje - de las matemáticas, los factores que influyen en los mismos son muy variados.

Se trata de niños inadaptados, inestables, inquietos, con problemas de tipo afectivo, familiar, escolar, etc., cuya dificultad común consiste, como comprobaremos, en la falta de atención y de concentración a la hora de realizar las tareas escolares.

El problema no está en su nivel intelectual, - que en estos casos está dentro de la capacidad normal media (a veces alta), ni en un ritmo de aprendizaje que se adecua a su nivel madurativo, ni tampoco a un desconocimiento de su esquema corporal, insuficiente estructuración espacio-temporal o mala lateralidad, sino que su problemática básica está en relación con el desarrollo - de su personalidad y con los diversos factores que la integran. Entre estos factores destacan los afectivos, mostrando una notable inmadurez, los de integración escolar, los familiares, etc...

1. Nivel intelectual.- Según los datos obtenidos, este grupo no presenta dificultad en cuanto al nivel

mental se refiere; la mayoría de los niños que componen el grupo tiene un C.I., tanto en inteligencia general - verbal como en la manipulativa, normal. En los diferentes subtest no hemos encontrado aspectos diferenciadores como ha ocurrido en los dos grupos anteriores. Unicamente en - el subtest de Comprensión, que indica las cualidades prácticas y la organización de elementos afectivos junto con la estructura psíquica individual, aparecen respuestas típicas de los niños inadaptados, inestables, impulsivos, - etc.

Sin embargo, aunque las puntuaciones obtenidas son normales, hemos observado cómo a lo largo de la prueba fácilmente se distraían, se manifestaban ansiosos, inquietos, etc. En algunos casos quedaban bloqueados y no eran capaces de seguir.

<u>Pruebas</u>	<u>Medias</u>
Información . . . . .	9'61
Comprensión . . . . .	10'29
Aritmética . . . . .	9'02
Semejanza . . . . .	10'25
Vocabulario . . . . .	10'14
Dígitos . . . . .	10'27

Inteligencia General Verbal:



Límites ( Mínimo: C.I. = 88 (      Media: C.I. = 109  
           ( Máximo: C.I. = 118 (

<u>Pruebas</u>	<u>Media</u>
Fig. Incompletas . . . . .	9'54
Historietas . . . . .	9'85
Cubos . . . . .	9'15
Rompecabezas . . . . .	8'96
Claves . . . . .	9'14

#### Inteligencia manipulativa:

Límites ( Mínimo: 86 (      Media: C.I. = 102  
           ( Máximo: 116 (

No existe, pues, dificultad en cuanto al nivel intelectual. Donde sí aparecen alteraciones significativas es en la atención. Un 72% de los niños de este grupo presentan problemas en este aspecto. Como consecuencia de esta falta de atención el rendimiento escolar es inferior a sus posibilidades reales y este hecho se traduce en un factor desencadenante de reacciones ansiosas. Dato que se hace manifiesto en las pruebas de la personalidad.

2. Examen del perfil psicomotor.- En el análisis de los diferentes aspectos que integran el desarrollo psicomotor tampoco hemos encontrado alteracio-

288

H. F.D.

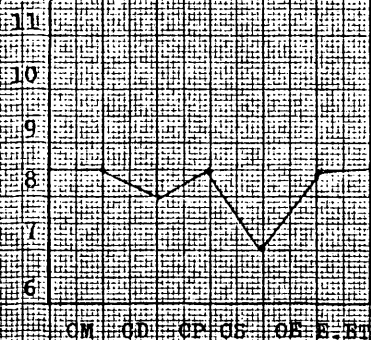
Edad: 7,8

Noción de conservación +

Noción de seriación +

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: ddd



E. C.P.

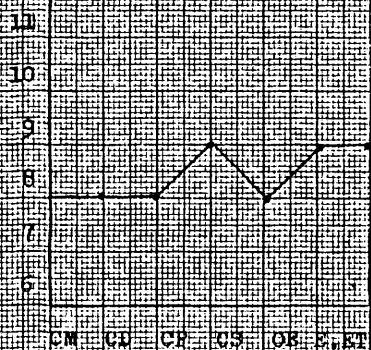
Edad: 9

Noción de conservación -

Noción de seriación -

Noción de clasificación -

LATERALIDAD: L.D.D.



J. U.C.

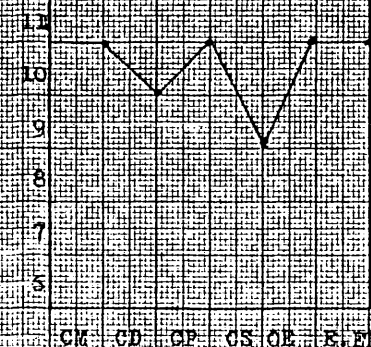
Edad: 10,4

Noción de conservación +

Noción de seriación +

Noción de clasificación +

LATERALIDAD: D.D.D.



PERFILES PSICOMOTORES

234

11

C. M. B.

10

Edad: 7

9

Noción de conservación +

8

Noción de seriación -

7

Noción de clasificación -

6

LATERALIDAD: d.d.d.

CM CD CP CS OE E.ET.

11

A. S. S.

10

Edad: 10

9

Noción de conservación +

8

Noción de seriación +

7

Noción de clasificación +

6

LATERALIDAD: d.d.d.

CM CD CP CS OE E.ET.

11

A. F. F.

10

Edad: 8,8

9

Noción de conservación +

8

Noción de seriación +

7

Noción de clasificación -

6

LATERALIDAD: d.d.d.

CM CD CP CS OE E.ET.

2.55

A. S. G.

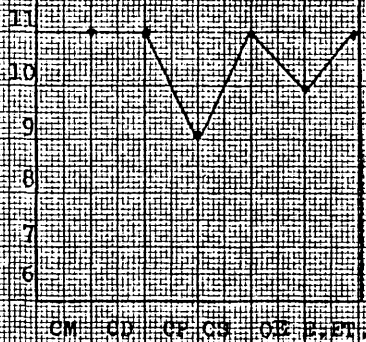
Edad: 11

NoCIÓN de conservación +

NoCIÓN de seriación +

NoCIÓN de clasificación +

LATERALIDAD: D.I.D.



R. P. V.

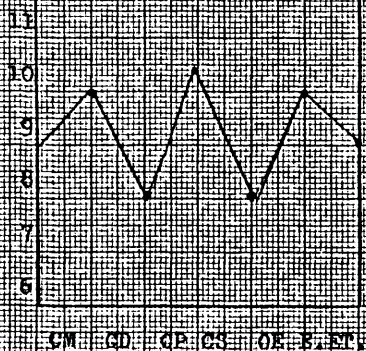
Edad: 9,4

NoCIÓN de conservación +

NoCIÓN de seriación +

NoCIÓN de clasificación +

LATERALIDAD: I.I.D.



P. C. D.

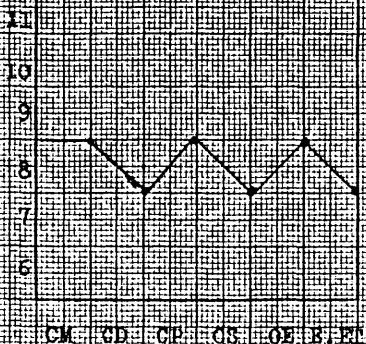
Edad: 8,6

NoCIÓN de conservación +

NoCIÓN de seriación +

NoCIÓN de clasificación +

LATERALIDAD: D.I.D.



nes o retrasos significativos. Los perfiles presentan la forma de dientes de sierra, signo de dificultades - caracteriales y de disarmonías de tipo afectivo y de - inadaptación.

Aunque se dan estas diferencias entre unos - aspectos y otros del perfil psicomotor, sin embargo, no representan alteraciones y retrasos tan notables como los encontrados en los grupos anteriores. En este grupo no se han observado retrasos superiores a los seis meses en ninguno de los casos respecto a su edad, en - cuanto al perfil general. Tanto en el conocimiento del esquema corporal, coordinación dinámica y estática, co - mo en la estructuración espacio-temporal, el desarrollo evoluciona dentro de los límites de la normalidad.

Al tener una adecuada base sensomotriz no ma - nifiestan tampoco dificultades en la adquisición de - las nociones elementales implicadas en el concepto de número (conservación, clasificación, seriación, co - rrespondencia, etc.).

Hecho que viene a confirmar la hipótesis de que supuesto un adecuado desarrollo de los aspectos - psicomotores, las nociones elementales que tienen su fundamento en los mismos y que resultan indispensables para la comprensión del número y las operaciones

realizadas con él, se adquieren con facilidad.

Las alteraciones y fallos en el aprendizaje de las matemáticas, en estos casos, tienen otras causas y otras explicaciones como expondremos a continuación.

Respecto a la lateralidad solamente un porcentaje de 4% presenta problemas de una lateralidad - mal definida, y un 1'5% son zurdos contrariados.

3. Dificultades concretas en el aprendizaje de las matemáticas.- Dado que son niños que presentan un desarrollo normal en los distintos aspectos psicomotores previos a la numeración, tampoco manifiestan - dificultades en la comprensión de la serie numérica. - Así comprenden fácilmente que para obtener, por ejemplo, el número siguiente a uno dado basta con añadir un elemento a éste; de manera que no se quedan sólo - con la mera repetición teórica, sino que comprenden el mecanismo inherente a la misma.

No presentan dificultad para pasar de las - unidades a las decenas, centenas, etc...

En cuanto a las operaciones elementales se - pueden distinguir dos aspectos: comprender con facili-

dad el mecanismo propio de cada una de ellas, pero fallan a la hora de realizar las operaciones equivocándose con frecuencia en los números concretos.

En este sentido, los fallos más frecuentes - que hemos observado son los siguientes:

-A pesar de no presentar problemas en la comprensión de la simbolización y de poseer una capacidad mental normal necesitan durante - más tiempo de la ayuda de los dedos, rayas, etc., para realizar las operaciones. De lo - contrario, cuando se les pide que lo realicen mentalmente o bien se muestran incapaces o bien las equivocaciones y los errores aumentan considerablemente.

-Manifiestan una gran dificultad para retener de memoria las tablas de la suma de los números naturales.

-En el cálculo mental fácilmente se equivocan y en comparación con otros niños de igual nivel mental la rapidez y la exactitud es notablemente inferior.

-Al realizar las sumas comete errores pareci-

dos a los que hemos observado en los otros - grupos. Por ejemplo, suman las columnas como si fuesen independientes entre sí o se olvidan fácilmente de la que llevan. En otras - ocasiones la añaden al principio y al final de la columna, sumándola dos veces.

-Si se les pide hacer alguna operación de tipo mental, por muy sencilla que sea, cuando están realizando otra sobre el papel, fácilmente se bloquea o si la continúa la realiza erróneamente.

-En la escritura de las cantidades que se - dictan presentan también errores parecidos a los del primer grupo: por ejemplo, en vez de copiar 4.327, escriben 40027 o por 2.320, copian 2000300020, etc.

A medida que aumentan las cantidades y si en ellas se repiten los números las equivocaciones son más frecuentes.

-Cuando las operaciones son repetitivas o en caso de series de operaciones simples pero que el niño tiene que organizar, fácilmente se equivoca, realiza unas operaciones por -



otras o deja alguna sin efectuar.

-A pesar de comprender el mecanismo de las seriaciones cuando se le pide que realice sumas o restas de seriaciones, por ejemplo, de tres en tres, a partir de un número dado, al principio las realizan correctamente pero a medida que se pide una continuidad de la atención y esta no se mantiene, aparecen las equivocaciones y los fallos.

En el caso de la resta las dificultades son similares en la realización de las operaciones, aunque sean las más simples, presentan continuos tachones y rectificaciones.

En la multiplicación y en la división no tienen dificultad para comprender su mecanismo. En el caso de la multiplicación, la problemática principal gira en torno a la memorización y automatización de las tablas de multiplicar. Cuando está realizando la operación el niño tiene que empezar por el principio de la tabla hasta llegar al número deseado, ya que si no recurre a ese procedimiento no es capaz de recordarlo, especialmente con los números siguientes al 5 (6, 7, 8, 9).

Muchos de ellos tenían que realizar la numeración en voz alta y repetirla varias veces porque se equivocaban con frecuencia cuando aún no habían llegado al número deseado. A la mínima interrupción se perdían y tenían que empezar de nuevo.

Debido a esta dificultad se olvidan de sumar las que llevan o simplemente lo escriben al lado como si fuese un número más.

Cuando se trataba de multiplicaciones por pocas cifras los resultados eran satisfactorios, pero en operaciones de varios números, por ejemplo, 28796 por 7084, al principio operan correctamente después aparecen los fallos propios de la multiplicación, los de la suma y, en algunos casos, son incapaces de terminirlas.

En la división, dado que tiene que recordar más datos y manejar las tres operaciones al mismo tiempo, los fallos aparecen con más frecuencia, incluso nos encontramos con niños de 10 y 11 años que ante determinadas divisiones se bloqueaban a la mitad y no eran capaces de terminirlas.

Todas estas dificultades parecen indicar que las causas explicativas de las mismas radican en la capacidad de concentración que está alterada y que produ-

ce en estos niños un elevado índice de fatigabilidad, de ansiedad, de nerviosismo, etc., que son los factores que, entre otros, están presentes estos fallos y equivocaciones.

En cuanto a la resolución de problemas, podemos distinguir entre la comprensión del problema en sí y su aspecto externo. Ya hemos indicado anteriormente las dificultades que lleva consigo el vocabulario utilizado en el enunciado de los problemas. De tal manera que la forma en que se presente el enunciado es uno de los factores del éxito o del fracaso del alumno.

En cuanto al vocabulario y la terminología utilizada en los problemas, a igual que la comprensión de los mismos, en este grupo de niños no presenta dificultades, siempre y cuando la formulación es adecuada a su nivel.

Sin embargo, hemos podido comprobar las dificultades derivadas de la forma general de presentar los problemas.

Cuando el enunciado del problema se presenta de forma concreta, la comprensión se facilita notablemente. Por ejemplo, si Juan tiene 50 Ptas. más que Rubén y juntos tienen un total de 420 ptas. ¿Qué cantidad tiene cada uno de ellos?.

Forma intermedia: Calcular dos números sabiendo que sumados dan 310 y que si se resta el mayor del menor se obtiene 220.

Forma abstracta: Calcular dos números conociendo su suma y su diferencia.

Desde el punto de vista matemático los tres problemas son rigurosamente idénticos. Sin embargo, los porcentajes sobre las soluciones correctas son significativamente diferentes: forma concreta el 58%; forma intermedia el 53% y forma abstracta el 21%.

También se observa que cuando un niño que resuelve correctamente sin dificultad un problema simple cuyos datos son números inferiores a 100, resulta incapaz de hacer el mismo razonamiento cuando se trata del mismo problema pero que contiene números grandes. Es como si su mente no resistiese la intimidación de los números grandes y se resistiese a resolverlo.

Los fallos concretos en estos niños aparecen, sobre todo, en la realización de las operaciones que llevan consigo los problemas: confusión y sustitución de unos números por otros, omisión de alguna operación, frecuentes correcciones y tachones de lo hecho, operaciones sin terminar, etc. Todos ellos indicio, no de

una falta de capacidad y de comprensión de los problemas, sino de atención y concentración en la tarea que están realizando.

4. Características de la dinámica personal.-

Mientras los niños de los dos primeros grupos tenían el acento de su problema más marcado o bien en nivel intelectual (caso del primero) o en alteraciones de tipo verbal y perceptivo-motor (caso del segundo), los de este grupo presentan su problemática en relación con una determinada estructuración de su personalidad, en su adaptación al medio que les rodea.

Se trata, en general, de niños inadaptados, inquietos, nerviosos, impulsivos, etc. cuyos factores determinantes son muy diversos y cuyo análisis excede los propósitos del presente trabajo.

De todas formas, hemos seleccionado una serie de rasgos que manifiestan en parte el modo de ser de estos niños y sirven para explicar y comprender el por qué de las dificultades y fracasos que hemos encontrado, conociendo su nivel mental y el desarrollo psicomotor de los mismos. Los principales rasgos son los siguientes:

- a) Inestabilidad emocional: 39%.

Se trata de niños que fácilmente pierden el control emocional con propensión a irritarse por motivos nimios y con reacciones explosivas. En las clases, según informes de sus profesores, no se sienten motivados y dan muestras de estar preocupados por problemas ajenos a la actividad escolar. Suelen ser rechazados por sus compañeros, hecho que acentúa en muchos casos sus problemas de adaptación.

b) Rasgos de angustia, timidez, inferioridad y depresión: 29%.

Son niños que a través de estos aspectos manifiestan una problemática básica de naturaleza afectiva con dificultades frente a la figura de autoridad, bien sea porque aparece demasiado rígida o inaccesible, o por el contrario, porque se revela inconsistente o incluso ausente. En algunos casos, hemos podido comprobar que en sus ambientes familiares existía una ausencia de clima afectivo bien porque los padres eran punitivos y muy exigentes con sus hijos, bien por desajustes matrimoniales, bien por falta de alguno de ellos o por otros motivos, pero cuyo denominador común era la falta de un clima positivo de efectividad.

c) Falta de confianza en sí mismos: 24%

Pensamos que como consecuencia del estado de ansiedad en que se encuentran y de la inmadurez afectiva aparece la inhibición, la inestabilidad, la falta de confianza en sí mismos, etc., en ocasiones, con sentimientos de culpa que repercuten en dificultades para el contacto personal-social. Se trata también de niños con necesidad de apoyo y que fácilmente se vuelven dependientes de otros.

d) Oposición y reacciones agresivas: 10%

Como reacción a su problemática personal y - debido a la falta de control emocional se muestran agresivos y con oposición a las figuras de autoridad. Son niños rebeldes que ante la inutilidad de sus esfuerzos por satisfacer las aspiraciones que han puesto en ellos sus padres se vuelven agresivos y abiertamente desobedientes. En otras ocasiones y ante los mismos problemas, su reacción es de inhibición, angustia, ansiedad y tensiones emocionales.

e) Introversión, infantilismo, celos: 7%

Niños con muy poca capacidad de comunicación; apenas tienen amigos y no son aceptados por sus compañeros en los juegos, en las pandillas, o en la actividad escolar normal.

Otros son niños muy celosos que están pendientes constantemente de las actitudes del profesor frente a los demás, siendo muy sensibles a cualquier acción - que suponga manifestación de afecto, predilección, o de preferencia en alguno de sus compañeros. Es como si estuviesen siempre pendientes en conseguir la confianza, el aprecio de los demás y la atención sobre ellos mismos. Al no conseguirlo surge el nerviosismo, la inquietud, la tensión, la rebeldía, etc.

Cómo nota más común y generalizada está la - falta de atención y concentración en sus actividades, que es la que explica los fallos indicados anteriormente y que tiene su origen en los rasgos señalados con - unas causas y motivaciones muy variadas que exceden el análisis del presente trabajo.

De todas maneras hemos podido constatar a través de las observaciones realizadas una serie de factores o causas que pueden explicar parcialmente el modo - de comportarse este tipo de niños. Entre estos factores los más relevantes son los siguientes:

A. Ambientales: Entre estos destacan por su importancia los de índole familiar. Dentro del ambiente familiar lo más decisivo es el clima afectivo del - mismo imprescindible para un desarrollo armónico y segu



ro del niño.

En muchos de los casos se trata de padres cuyas actitudes y modos de comportarse, en líneas generales, serían las siguientes:

- Excesivamente rígidos y punitivos que impiden la confianza y la mutua comunicación.
- Sobreprotectores imposibilitando la madurez del hijo y convirtiéndole en un ser dependiente.
- Ambiciosos e hiperexigentes con un nivel alto de aspiraciones para el hijo creando impulsividad, ansiedad y angustia en el niño. En tales casos, sucede que tales aspiraciones quedan en una mera valoración utópica teniendo que conformarse con realizaciones muy pobres o con un nivel que no corresponde a sus posibilidades reales.
- Incoherentes y ambivalentes con cambios frecuentes de estado de ánimo, despertando agresividad, negatividad y hostilidad en los hijos.

-Indiferentes creando en los niños sentimientos de inferioridad, labilidad afectiva, mecanismos defensivos, timidez, etc.

En otros casos, existen desavenencias matrimoniales, falta alguno de los progenitores, etc... La variedad en este campo y los aspectos señalados sólo tienen valor indicativo.

Con una importancia similar está el ambiente escolar, especialmente para aquellos niños dependientes que en el centro escolar no perciben más que la competitividad para la que no se sienten seguros; los sobreprotegidos o con ambientes excesivamente permisivos ante las exigencias escolares se inhiben adoptando una actitud pasiva, sin interés y centrándose en sus propios problemas personales.

En las concentraciones escolares hemos observado cómo, en muchos casos, los niños que vivían en zonas, más o menos alejadas, tardaban en adaptarse a las condiciones escolares y se manifestaban nerviosos, cansados, con cierta tensión mientras permanecían en el centro escolar. Fácilmente estos niños perdían el interés por las tareas escolares resultándoles sin aplicación ninguna a su vida cotidiana.

B. Neurológicos: A través de las pruebas psicológicas hemos detectado la posibilidad de alguna alteración neurológica, que en algunos casos se confirmó más tarde con la exploración médica. Cuando coincidía una alteración neurológica con un ambiente desfavorable los trastornos del comportamiento aparecían más acusados.

Los niños que presentaban alteraciones neurológicas eran fácilmente irritables, con cambios bruscos de carácter, distímicos y con reacciones explosivas. Frecuentemente en el perfil psicomotor aparece la forma de dientes sierra.

Las alteraciones neurológicas comprenden una gama muy amplia que va desde la inmadurez a la lesión cerebral. Dado que excede el campo específicamente psicológico este tipo de factores ha sido el menos analizado; en la mayoría de los casos, por la imposibilidad material o por la negativa de los padres a una exploración de este tipo.

En otras investigaciones similares se ha encontrado porcentajes superiores al 40 % (18).

---

(18) FERNANDEZ BAROJA, M.F.; LLOPIS, A y PABLO DE RIESGO, C.: Niños con dificultades para las matemáticas. CEPE, Madrid, 1979, pag.49

### Resumen y conclusiones generales

Del conjunto de datos obtenidos en la exploración realizada en los tres grupos, en que hemos distribuido la muestra, se pueden formular un conjunto de conclusiones que pongan de manifiesto los diversos factores presentes en las dificultades y fracasos en el aprendizaje de las matemáticas.

Entre los diversos factores que están presentes en la adquisición de las nociones y conceptos matemáticos destaca, en primer lugar, el nivel de desarrollo evolutivo alcanzado por el niño. La diversidad de funciones intelectuales, que el niño realiza desde que nace, - va configurando un conjunto de estructuras intelectuales que partiendo de simples actividades perceptivas o motoras a través de la interiorización de las acciones, descentraciones sucesivas, representaciones distanciadas y oposiciones cualitativas, son las que posibilitan en cada nivel la comprensión de las diferentes nociones y conceptos inherentes al pensamiento general.

Estas estructuras que parten del nivel psicomotor pasan por estadios sucesivos hasta llegar al pensamiento operatorio, en el que ya son posibles las operaciones numéricas. En el primero de estos períodos se constituye

un esquematismo sensomotor que es el fundamental para las estructuras posteriores. Con el acceso a la función simbólica la posibilidad de representación de los objetos y de los acontecimientos en el pensamiento prolonga la inteligencia sensomotriz, pero sin que exista todavía reversibilidad, pues la reconstrucción de las transformaciones - en el pensamiento supone una reconstrucción de las estructuras anteriores que no se consigue más que de una forma progresiva; esta ausencia de reversibilidad es la que impide al niño acceder a las formas elementales de conservación que condicionan todo razonamiento lógico.

Este carácter progresivo del desarrollo condiciona todo el proceso, ya que cuando se da algún tipo de alteración o existe un retraso en cualquiera de los niveles, esto repercute en los diversos aspectos de ese desarrollo retardando o impidiendo los siguientes.

Hemos comprobado que cuando el niño no ha desarrollado cada uno de los estadios previos al nivel operatorio encuentra serias dificultades para comprender y dominar las nociones y conceptos inherentes al cálculo y a las matemáticas. Dichas dificultades se encontraban en - niños cuya edad cronológica ya había pasado los 8 y 9 - años y teóricamente ya estaban en el nivel operatorio.

Con estas estructuras operatorias propiamente dichas las operaciones quedan unidas a la manipulación - afectiva (por oposición a las futuras operaciones hipotético deductivas) , pero ya se encuentran lo suficientemente distanciadas para que se de la reversibilidad y la organización de las primeras estructuras lógicas, es decir, la conservación, seriación, clasificación, que van a permitir la adquisición de los conceptos numéricos.

En la adquisición de estas estructuras se da una diferencia expresa entre los niños que tienen un nivel mental bajo o límite y aquellos que presentan un nivel normal. Dicha diferencia se hace notar, sobre todo, en el ritmo de adquisición y desarrollo de las diferentes nociones y conceptos que se van dando en los distintos períodos. Estos niños suelen encontrar una mayor dificultad a la hora de pasar de la mera manipulación y acción a la representación y simbolización, necesitando un tiempo de afianzamiento de las diferentes nociones y conceptos más largo que los niños con un nivel mental medio o alto. De ahí que cuando no se tiene en cuenta estos datos en el proceso de aprendizaje las dificultades aparecen desde los primeros cursos y el fracaso es seguro.

En segundo lugar, para que el niño sea capaz de comprender el concepto de número y las operaciones -

realizadas con él, necesita haber desarrollado y adquirido un conjunto de nociones previas y dominar y haber asimilado una serie de términos cuyo origen y desarrollo son de naturaleza sensomotriz. En este sentido, hemos comprobado que cuando se dan algún tipo de alteraciones en los diferentes aspectos que constituyen el perfil psicomotor (conocimiento del esquema corporal, coordinación visomotriz, organización perceptiva, relación y estructura figurativa, orientación espacial, estructuración espacio-temporal, etc.), las nociones que se derivan de los mismos - no son adquiridas y, por consiguiente, tampoco se desarrollan las nociones operatorias derivadas de aquellas.

Las deficiencias en estos aspectos psicomotores se han puesto de manifiesto tanto en las pruebas que medían las capacidades básicas como en el examen del perfil psicomotor.

Cuanto más se aleja la curva del perfil psicomotor que presenta el niño de la edad real del mismo más importantes son las dificultades en la adquisición de las nociones básicas y más notables los fracasos en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas.

En la adquisición de las diferentes nociones y conceptos matemáticos aparece la actividad psicomotriz co

mo el elemento primario y fundamento de cada una de ellas, de tal manera que es a través del desarrollo psicomotor - como se puede garantizar el fundamento de las mismas.

Dentro de las alteraciones observadas en este aspecto de la psicomotricidad existen dos clases que inciden de forma directa en los aprendizajes escolares del cálculo y de las matemáticas:

-Las alteraciones de la organización y estructuración espacio-temporal. A estas alteraciones se unen frecuentemente las de la lateralidad, posiblemente como causa de aquellas, ya que una lateralidad mal definida o una lateralidad cruzada traen como consecuencia un déficit en las tareas que exigen un fuerte componente de tipo espacial.

-Alteraciones de los procesos de atención. Las causas que producen la falta de atención requerida para las distintas tareas, aunque sea mínima, son de hecho - múltiples y muy variadas, pero los niños que presentan alteraciones en este aspecto no consiguen controlar su atención ni el relajamiento muscular adecuado; lo - que les lleva fácilmente a la fatiga y al abandono de - la actividad emprendida. Se trata de niños que aunque sus capacidades se pueden considerar como normales, sin embargo, su rendimiento no corresponde a lo que cabría esperar.



En tercer lugar, otro de los factores que está presente en las dificultades y en los fracasos en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas es el modo de enseñar y explicar las diversas nociones y conceptos matemáticos. Cuando no se sigue el proceso psicodinámico de cada niño o se dan por adquirido lo que en realidad el niño no ha comprendido ni desarrollado, el aprendizaje resulta ineficaz. Al fallar los fundamentos, los conceptos matemáticos se hacen incomprensibles y el mismo lenguaje carece de sentido. Hecho que se pone de manifiesto, especialmente, en la resolución de problemas por muy sencillos que éstos sean y en la comprensión y utilización de los términos empleados por la matemática moderna.

#### IV. PSICOMOTRICIDAD Y CALCULO

##### A. DESARROLLO PSICOMOTOR Y PSICOMATEMATICO

En la parte teórica del presente trabajo, hacíamos referencia a la obra de Piaget de la que recogíamos los principios explicativos del desarrollo intelectual fijándonos especialmente en el conjunto de estructuras que desde el nivel sensomotor y a través de los mecanismos de asimilación y acomodación se iban organizando en unos esquemas de acción cada vez más complejos hasta llegar a la reversibilidad y, una vez alcanzada ésta, se hacían posibles las operaciones lógicas y con ellas se llegaba al nivel necesario para la comprensión del número y las operaciones realizadas con él.

Este desarrollo va pasando por distintos niveles cada uno de los cuales exige un grado determinado de madurez sin el cual no es posible acceder a las nociones características y peculiares de cada uno de ellos.

En la parte experimental hemos podido comprobar la íntima relación entre el pensamiento matemático

y el desarrollo psíquico de tal manera que las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas vienen motivadas en su mayoría por factores relacionados con el desarrollo psicomotor.

Al analizar las dificultades concretas de cada grupo hemos podido comprobar que los fallos se encuentran en su mayor parte en la adquisición de las primeras nociones matemáticas y en su mala interiorización. Ahora bien, estas nociones, que constituyen el fundamento del pensamiento lógico, empiezan siendo acción y es a través de la acción cómo llegan a la representación y a la interiorización.

De acuerdo con el desarrollo evolutivo del niño éste necesita al principio explorar y experimentar con su propio cuerpo para adquirir un conocimiento del mundo de los objetos y de las relaciones entre ellos - de cantidad, de conservación, de correspondencia, etc. que le lleven a las primeras nociones matemáticas.

El desarrollo de estas primeras nociones está a su vez en relación con el conocimiento que el niño tiene de su propio cuerpo, pues, es en relación al cuerpo como organiza su propia experiencia con respecto a sí mismo y a lo que le rodea. Hemos podido constatar también que las dificultades y los fallos en la ad

quisición de las primeras nociones se daban al mismo tiempo con alteraciones en el perfil psicomotor: desconocimiento del esquema corporal, deficiente coordinación dinámica y estática, mala estructuración espacio-temporal, alteraciones en la lateralidad, en el ritmo, etc.

De todo lo cual se desprende que el número y las operaciones realizadas con los números, antes de ser una actividad intelectual es un principio de acción, es decir, una actividad global del niño. Y antes de entrar en la simbolización abstracta y en las operaciones el niño tiene que haber adquirido un nivel madurativo previo y haber desarrollado una serie de aspectos de naturaleza psicomotriz que posibiliten la adquisición de las primeras nociones, para poder llegar al concepto de número.

A partir de este momento y teniendo en cuenta los datos observados nos vamos a centrar en los aspectos más relevantes de la relación entre el desarrollo psicomotor y el aprendizaje de las matemáticas puestos de relieve, ofreciendo en la parte final los medios que, según nuestro criterio, consideramos idóneos para una orientación general en las alteraciones del cálculo y que va a estar fundamentalmente centrada en una educación psicomotriz adecuada. Hablamos de una orien-

tación general porque a nivel individual se necesita -  
imprescindiblemente de un diagnóstico neuro-psicológico  
que proporcione tanto los datos necesarios sobre la  
determinación de las causas como las posibilidades de -  
una superación.

El dato primario, pues, es la íntima relación entre el desarrollo psicomotor y la adquisición de las nociones matemáticas.

En este sentido, Lerner señala que el razonamiento matemático es una manipulación imaginaria de -  
los objetos. Esta actividad imaginaria recuerda la integración de una serie de representaciones que en principio fueron acción sobre los objetos. Manipulando y -  
experimentando con los objetos puede llegar a captar -  
unas determinadas cualidades que no sólo existen en -  
ellos sino que aparecen al relacionarlos. Entonces -  
aprende su forma, su tamaño, peso; los ordena, los une, los separa, los compara, etc. Y partiendo de estas manipulaciones va formando las nociones básicas para la manipulación imaginaria de los objetos. Pero no puede -  
quedar en la mera manipulación sino que partiendo de -  
ella ha de llegar a la interiorización de dichas nociones, que sólo posee a nivel psicomotor.

Esta actividad bien afianzada en la psicomoto-

tricidad permitirá junto con el vocabulario adecuado el desarrollo de las capacidades para las nociones matemáticas.

Hoy día, después de conocer los principios - de la psicomatemática formulada por Diennes, sabemos - que, igual que en la educación psicomotriz tal como expondremos más adelante, toda actividad tiene que dirigirse a la personalidad global del niño. Lo que quiere decir, que tiene que estar concebida en función de las necesidades e intereses del niño y tiene que ver vivenciada sobre todos los planos (perceptivo, motor, intelectual y afectivo) y sobre todos los niveles (relaciones consigo mismo, con los objetos, con los demás, etc.) De esta forma se podrá enseñar al niño a servirse de su propio cuerpo y de sus relaciones con el medio, para comprender las matemáticas.

En este campo resulta sorprendente el paralelismo entre la educación psicomotriz y la psicomatemática de Dienes. Ambas se basan en situaciones vividas destacando especialmente las actividades manipulativas.

Dienes se opone a todo amaestramiento para hacer adquirir a los niños los mecanismos básicos: moviendo, manipulando, percibiendo, etc., es cómo el niño

forma en sí mismo, en sus propias representaciones, los conceptos matemáticos. Uno de los principios de la psicología matemática de Dienes dice así: "La comprensión de una situación se adquiere cuando esta situación es incorporada a la estructura de la experiencia anterior personal del niño y por referencia a ella" (1). El contacto con la realidad lo hace a través del desarrollo psicomotor y éste se lleva a cabo mediante la acción.

En este mismo campo también se puede observar la relación entre este principio y el mecanismo de la asimilación de Piaget: cualquier acción, cualquier enriquecimiento en la acción es posible merced a su esquema sensomotor y a una actividad organizadora global del sujeto.

Ahora bien, interpretando a Dienes y a Piaget, si no existe experiencia anterior, acción, manipulación, etc., no existen puntos de referencia donde puedan encontrarse las representaciones, los símbolos, las operaciones. Sin experiencia anterior, sin haber vivido las relaciones, las dimensiones espaciales, las dimensiones temporales, las nociones numéricas básicas,

---

(1) DIENES, Z.P.: La construcción de las matemáticas. Ed. Vicens-Vives, Barcelona, 1970, pág. 170.

etc., el niño podrá contar memorísticamente pero sin - comprender los mecanismos internos y será incapaz de - operar correctamente. En definitiva, supondrá un seudo conocimiento. Pero este seudoconocimiento y superficia lidad son peligros que entraña el uso del símbolo y del signo por parte del niño que no conoce su conexión con la realidad, con los objetos, con sus diferentes relaciones. Representación fantasma que resulta inútil e - incapaz de evocar el objeto ni de establecer relaciones que enriquezcan las nociones lógico-matemáticas.

Sobre este particular resulta interesante un trabajo llevado a cabo por Genoveva Sastre y Montserrat Moreno presentado en la Universidad de París sobre la "Representación gráfica de la cantidad". En él concluyen que "forzar al niño a aprender conceptos que le son extraños, supone que se le sitúe muy pronto en el camino de la alienación intelectual, pues si no hay razones propias para usar contenidos intelectuales que no ha - construido él mismo, tiene que apoyarse sobre los del adulto, o lo que viene a ser lo mismo, sustituyendo la razón por la credulidad, ya que lo que no se puede com prender no puede ser aceptado más que por un argumento de autoridad" (2).

---

(2) Boletín de Psicología de la Universidad de París. Enero-Febrero, 1976-77. Homenaje a J. Piaget, pág. 35 5.



Habrá, pues, que empezar por un desarrollo y dominio de los conceptos básicos de naturaleza psicomotriz para garantizar que el desarrollo psicomatemático es el adecuado. Tal desarrollo dependerá del tipo de educación psicomotriz que se le ofrezca al niño.

Uno de los presupuestos fundamentales para entender la educación psicomotriz y que est  en la base de dicha educación es la unidad funcional del niño.

Según esta unidad funcional la separación entre actividad física y actividad intelectual es arbitraria, artificial y dañosa, porque el niño entra en contacto con las cosas y con los demás a través de su propio cuerpo y por él las conoce. Por tanto, el conocimiento, como otra forma más de relación, está ligado a la conciencia y al uso que el niño hace de su propio cuerpo (3).

En este sentido, si resulta artificial la separación entre actividad física y actividad intelectual, especialmente en el caso del niño, más artificial será

---

(3) VAYER, P.: El diálogo corporal. Ed. Científico Médica. Barcelona, 1977, pág. 47.

la educación del movimiento como actividad física, por una parte, y la educación del lenguaje, la escritura, el dibujo, por otra, como si se tratase de aspectos in dependientes e incommunicados entre sí.

En el niño la actividad funcional es una rea lidad y la educación psicomotriz va dirigida al niño - en su globalidad y pretende desarrollar todos los aspectos integrantes como elementos básicos en los distintos aprendizajes. Así en el aprendizaje de la escri tura, por ejemplo, hay implicados una serie de fenómenos que en principio pertenecen a la psicocorporeidad.

Estos fenómenos implican:

-Una organización y coordinación de sensacio nes visuales, táctiles y cinestésicas.

-Unos hábitos perceptivo-motrices puesto que la escritura sucede en un espacio gráfico - donde la dirección es de una forma determinada, de izquierda a derecha.

-Una independencia mano-hombro, puesto que la escritura se realiza con la mano y el resto del cuerpo queda controlado.

-Una capacidad representativa que asocie signos escritos a acciones, objetos, situaciones, etc.

Si esto es así queda claro que aprendizajes como el de la escritura, el de la lectura, el cálculo, etc. no pueden dirigirse al niño más que como globalidad puesto que todo su cuerpo queda implicado en ellos.

Pero no solamente realiza aprendizajes escolares con todo su cuerpo, sino que el aprendizaje de la realidad lo realiza con todo su ser. Por tanto, cuando el niño domine su cuerpo podrá aprender el mundo de las cosas, establecer relaciones entre ellas, comunicarse con los demás y ser independiente al mismo tiempo.

La educación psicomotriz también enriquece ese aspecto que hace al niño sentirse distinto de las cosas y de los demás; le hace sentirse dueño de sí mismo e independiente del resto; enriquece, en definitiva, el yo personal.

Ahora bien, ¿en qué consiste la educación psicomotriz?. ¿Cuáles son los objetivos que persigue?.

Vayer la define como "la educación general -

del ser a través de su cuerpo" y supone, como decíamos anteriormente, un enfoque global del niño y de sus problemas. Vista bajo el punto de vista educativo supone una acción pedagógica y psicológica que utiliza la acción corporal con el fin de mejorar o normalizar el comportamiento general del niño facilitando todos los aspectos de la personalidad.

Al educar las conductas neuromotrices en relación con los datos del mundo exterior, la educación psicomotriz facilita los demás aspectos de la acción educativa a los cuales se asocia íntimamente con el mismo objetivo: el niño. Por eso en la educación psicomotriz el niño es lo primero y la educación ha de ser pensada en función de este.

La psicomotricidad no es un término que tenga un significado preciso. Los diferentes autores pueden darle una orientación particular y propia, aunque, en líneas generales, todos conciben la educación psicomotriz como una técnica que tiende a favorecer por el dominio corporal la relación y la comunicación que el niño va a establecer con el mundo que le rodea.

---

El término psicomotricidad refleja una ambigüedad manifiesta. Hecho que han puesto de manifiesto los diversos autores (Picq y Vayer, Lapierre y Aucouturier, Defontaine, Le Boulch, etc.). Ambigüedad que, por otra parte, se acentúa, dada la multiplicidad de acepciones con que se utiliza, insistiendo tanto en su vertiente neurológica como psicológica.

En este sentido, es quizás Zazzo el que mejor resume la cuestión: "La expresión psicomotricidad es un compuesto, una especie de quimera, que puede ser reveladora de todas nuestras ambigüedades concernientes a la génesis del psiquismo a partir del cuerpo, con el cuerpo" (4).

Atendiendo a los vocablos que componen el término se entiende por motricidad: "una entidad dinámica, que se ha subdividido en noción de organicidad, organización, realización y funcionamiento, sujeta al desarrollo y a la maduración" (5).

---

(4) ZAZZO, R.: Prólogo a COSTE, J.C.: Las 50 palabras claves de la psicomotricidad. Ed. Médica y Técnica. Barcelona, 1980, pág. 11.

(5) DEFONTAINE, J.: Manual de reeducación psicomotriz. Ed. Médica y Técnica, Barcelona, 1978. pág. 1.

El concepto psico hace referencia a la actividad psíquica, con sus dos componentes: socioafectivo y cognoscitivo.

Uniendo las significaciones de estos dos componentes, como traducción de la unidad y globalidad - del ser, la psicomotricidad se puede entender como una relación mutua entre la actividad psíquica y la función motriz.

La psicomotricidad juega un papel muy importante en el cuerpo: "la psicomotricidad es el cuerpo - con sus aspectos anatómicos, neurofisiológicos, mecánicos y locomotores, coordinándose y sincronizándose en el espacio y en el tiempo para emitir y recibir significados y ser significante" (6).

Los distintos autores que intentaron definir la psicomotricidad han puesto de relieve la interacción psiquismo-motricidad, poniendo de relieve su solidaridad profunda (Piaget, Wallon Ajuriaguerra, etc...).

Sin detenernos en el análisis de las distintas concepciones de la educación psicomotriz alimenta-

---

(6) Ibídem, pág. 2

das por esa ambigüedad básica que hemos señalado, describimos las líneas generales de la concepción psicopedagógica, propuesta por Picq y Vayer y que responde mejor a los propósitos de este trabajo.

Para estos autores, la educación psicomotriz "es una acción pedagógica y psicológica que utiliza los medios de la educación física con el fin de normalizar o mejorar el comportamiento del niño" (7).

Su propósito es educar sistemáticamente las diferentes conductas motrices y psicomotrices con la finalidad de facilitar la acción de las diversas técnicas educativas y permitir así una mejor integración escolar y social.

La educación psicomotriz de Picq y Vayer es una acción educativa que parte del desarrollo psicológico del niño tal como ha sido puesto de manifiesto por los trabajos de psicología infantil (Piaget, Wallon, Gesell) y de los trabajos de la psiquiatría (Ajuriaguerra).

Este tipo de educación considera al niño en

---

(7) PICO, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Pág. 9.

su unidad global y busca normalizar y mejorar el comportamiento general, favoreciendo los aprendizajes escolares y sirviendo de base a la preformación, es decir, preparar la educación de las capacidades necesarias en los diferentes aprendizajes (8).

La educación psicomotriz trata de actuar sobre las conductas motrices de base (equilibrio, coordinación dinámica general y coordinación óculo-manual) y las conductas perceptivo-motrices ligadas a la conciencia y a la memoria (organización espacial, organización temporal, estructuración espacio-temporal, ritmo).

Para Picq y Vayer la educación psicomotriz - es mucho más que una terapia o un método de educación. Es una disciplina que tiende "a una educación total del ser", de manera que "si fuese bien comprendida y efectuada en el curso de la segunda infancia, el número de casos de debilidad e inadaptación, tanto escolar como social, sería netamente menor" (9).

Posteriormente, Vayer sitúa la educación psicomotriz en un cuadro más amplio: el de la comunica-

---

(8) Ibidem, pág. 10.

(9) Ibidem, pág. 270.



ción. Partiendo de las diferentes etapas y aspectos del desarrollo del niño pone de relieve un hecho evidente: "el niño aprende el mundo con su ser completo, elaborando su personalidad a través de su cuerpo y del cuerpo de los demás" (10)

Aborda así la importancia del diálogo corporal y analiza los tres modos fundamentales de relación del niño: consigo mismo (construcción del yo corporal), con los objetos y con los demás. Es a partir de la interacción de estos tres modos de relación cómo el niño va elaborando su esquema corporal.

La finalidad de la educación educativa se convierte de esta manera en facilitar la relación niño-mundo en la que la educación corporal juega un papel fundamental y es la base de la educación del niño pequeño.

En El niño frente al mundo, Vayer pone de relieve cómo la educación corporal en la edad de los aprendizajes escolares debe situarse dentro de una educación integral, convirtiéndose en el común denomina-

---

(10)VAYER, P.: El diálogo corporal. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1972, pág. 46.

dor de los otros aspectos de la vida educativa (11).

El papel de la educación psicomotriz en la educación general corresponderá, naturalmente, a las diferentes etapas del desarrollo del niño, y así tendremos que:

-en el curso de la primera o pequeña infancia, toda la educación es educación psicomotriz.

-durante la media infancia, la educación psicomotriz permanece siendo el núcleo fundamental de una acción educativa que empieza a diferenciarse en actividades de expresión, organización de relaciones lógicas y los necesarios aprendizajes de escritura, lectura, dictado...

-en el curso de la gran infancia, la diferenciación entre las actividades educativas se ha hecho mucho más acentuada y la educación psicomotriz mantiene entonces la relación entre las diversas actividades que concurren simultáneamente al desarrollo de todos los aspectos de la personalidad.

---

(11) VAYER, P.: El niño frente al mundo. Ed. Científico-Médica. Barcelona, 1973.

En síntesis, la psicomotricidad se puede definir como una concepción del desarrollo, según la cual se considera que existe una identidad entre las funciones neuromotrices del organismo y sus funciones psíquicas no son más que dos aspectos, dos formas de ver lo - que, en realidad, es un proceso único.

Las técnicas desarrolladas de la psicomotricidad están basadas en el principio general, largamente experimentado y demostrado, de que el desarrollo de las complejas capacidades mentales de análisis, síntesis, abstracción, simbolización, etc. se logra sólo a partir de la propia actividad corporal, es decir, a partir de la correcta construcción y asimilación por parte del niño del esquema corporal. El propio cuerpo es en el niño el elemento básico de contacto con la - realidad exterior. Ya hemos indicado cómo para llegar el niño a la capacidad de representación, análisis, - síntesis, y manipulación mental del mundo exterior, de los objetos, de los acontecimientos y sus relaciones, es imprescindible que se hayan realizado previamente de forma concreta, y a través de su propia actividad corporal.

Al mismo tiempo, el movimiento del cuerpo - es inseparable del aspecto relacional del comportamiento; y esta relación e interacción del individuo con el

medio ambiente, tanto físico como social, constituye como hemos visto, la causa del desarrollo intelectual.

Más adelante veremos, a este respecto, la - importancia de la actividad corporal en el proceso de la información de las capacidades perceptivas, del control y dominio del propio cuerpo, de la estructuración espacio-temporal.

Es también en este aspecto relacional de la psicomotricidad y del movimiento donde se encuentra - inserto el fenómeno del lenguaje que es otro gran instrumento del desarrollo psíquico como generador del - desarrollo de las capacidades perceptivas, simbólicas, de abstracción, de regulación consciente del propio - comportamiento.

#### EL ESQUEMA CORPORAL

El eje central de la educación psicomotriz - es el desarrollo del esquema corporal, ya que los demás conceptos de la misma como la actividad tónica, - las conductas motrices de base (postura, equilibrio,

coordinación y disociación psicomotrices), las conductas perceptivo-motrices (percepción espacial, percepción temporal, organización espacio-temporal, ritmo), dependen de la formación del esquema corporal del niño.

Para Picq y Vayer, el esquema corporal "es - la organización de las sensaciones relativas a su propio cuerpo en relación a los datos del mundo exterior" (12).

Este concepto coincide prácticamente con el de Le Boulch que considera el esquema corporal "como - una intuición de conjunto o un conocimiento inmediato que nosotros tenemos de nuestro cuerpo en estado estático o en movimiento en relación con sus diferentes - partes y, sobre todo, en relación con el espacio y los objetos que nos rodean" (13).

El esquema corporal consiste en la representación mental del propio cuerpo, de sus segmentos, de sus posibilidades de control, de movimiento y de sus - limitaciones espaciales.

---

(12) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Pág. 13.

No es algo que venga dado desde el nacimiento sino que su elaboración se va construyendo por medio de múltiples experiencias motrices, a través de las informaciones que proporcionan los órganos de los sentidos y todas las sensaciones propioceptivas que surgen en el propio movimiento.

En este sentido, Wallon deja bien sentado que tanto el esquema corporal, como la conciencia de sí, no son un dato primitivo, sino una conquista progresiva. Para este autor el esquema corporal es una necesidad. Se constituye según las necesidades de la actividad. No es un dato inicial ni una entidad biológica o psicológica. Es el resultado de las justas relaciones entre el individuo y el medio (14). Por eso la psicología evolutiva ha de estar muy atenta a esta configuración, ya que los hechos patentizan que muchas perturbaciones, no sólo motóricas sino también y muy especialmente psicológicas, provienen de esta incorrecta estructuración del esquema corporal.

---

(13) LE BOULCH, J.: L'éducation par le mouvement. E.S.F., París, 1973, pág. 39.

(14) WALLON, H.: Los orígenes del carácter en el niño. Nueva Visión, Buenos Aires, 1975, Pág. 167-ss.

Psicología del niño: una comprensión dialéctica del desarrollo infantil. Pablo del Río Editor. Madrid, 1980, Pág. 370 y ss.

La construcción del esquema corporal se realiza cuando se acomodan las posibilidades motrices con el mundo exterior, cuando se da una correspondencia - exacta entre las impresiones recibidas del mundo de los objetos y el factor kinestésico y postural.

No es un dato fijo e inmutable, sino que es, al mismo tiempo, permanente y cambiante. Toda experiencia nueva es referida a él, en un movimiento de continua modificación y perfección.

Se lleva a cabo mediante una relación constante Yo-mundo de las cosas-mundo de los demás, en un cierto número de etapas bien caracterizadas que se condicionan y apoyan unas a otras.

Vayer teniendo en cuenta que cada niño es un ser único, es decir, que tiene su propia historia, su propia evolución, su propia vivencia, ha resumido la elaboración del esquema corporal siguiendo unas etapas que tienen características comunes, pero que son flexibles de un niño a otro (15).

El esquema corporal es, pues, resultante de

---

(15) VAYER, P.: El diálogo corporal. Pág. 11-13.

la experiencia del cuerpo, del cual el sujeto toma poco a poco conciencia, y de la manera cómo el cuerpo se pone en relación con el medio, con sus posibilidades propias.

Por eso señala Le Boulch que, cuando un esquema corporal está mal definido, entraña un déficit - en la relación sujeto-mundo exterior que en el plano - de la percepción se traduce en una deficiencia en la - estructuración espacio-temporal; a nivel de motricidad lleva consigo una incoordinación y malas actitudes; y en las relaciones con el otro una inseguridad en dichas relaciones (16).

Por el contrario, según Defontaine "la buena integración y utilización del esquema corporal condicionan directamente la adaptación en el espacio y en el tiempo. Buena armonía del esquema corporal es equilibrio de la actividad diaria en su medio y en sus tareas" (17).

Ahora bien, un esquema corporal bien integra-

---

(16) LE BOULCH, E.: L'education para le mouvement. Pág. 40.

(17) DEFONTAINE, J.: Manual de reeducación psicomotriz. Pág. 121.



do lleva consigo una serie de aspectos que dada su importancia conviene descifrar:

-La percepción y el control del propio cuerpo, es decir, la interiorización de las sensaciones relativas a una u otra parte del cuerpo, así como la sensación de globalidad del propio cuerpo.

-Una lateralidad bien afirmada y definida.

-Independencia de los diferentes segmentos - con relación al tronco y de los segmentos entre sí.

-Dominio de las pulsiones e inhibiciones ligado a la vez a los elementos precedentes y al dominio de la respiración.

-Organización del espacio, ya que las relaciones espaciales se establecen alrededor del cuerpo y con referencia al mismo.

El desarrollo de estos aspectos que integran y forman el esquema corporal se desarrollan muy lentamente en el niño y no terminan, prácticamente, hasta los once o doce años.

Este concepto del esquema corporal implica -

las dos vertientes de la actividad motriz señaladas -  
por Wallon:

a) Una de ellas orientada hacia sí mismo; es  
la actividad tónica donde se inscriben las actitudes y  
posturas.

b) La otra orientada hacia el mundo exterior;  
está compuesta por los movimientos propiamente dichos.

Pero esto mismo implica, al mismo tiempo, los  
dos niveles de integración del Yo al mundo:

- La vivencia corporal y la representación
- El compromiso del yo en la acción.

En conclusión, la educación del esquema corporal adaptada al nivel y a las necesidades del niño, favorecerá su evolución neoro-psico-motriz y, por consiguiente, su adaptación tanto al mundo de los objetos como al mundo de los demás.

#### LA ACTIVIDAD TONICA

Dentro del conjunto de concepto que integran  
la educación psicomotriz y que dependen de la formación

del esquema corporal hemos citado como los más importantes la actividad tónica, las conductas motrices de base y las conductas perceptivo-motrices.

La actividad tónica es la que sirve de base a las actividades motrices y posturales. Para realizar cualquier movimiento o acción es necesario que los músculos alcancen un determinado grado de tensión al mismo tiempo que otros se inhiben o relajan. La ejecución de un acto motor de tipo voluntario implica el control de los músculos, control que tiene su base en las primeras experiencias senso-motrices del niño.

El estado de tensión que acompaña a toda actividad cinética o postural no es de una intensidad constante, sino infinitamente variable y armonizada en cada momento en el conjunto de la musculatura en función de la estática y de la dinámica general del individuo.

"Es la regulación tónica la que forma el telón de fondo de las actividades motrices y posturales, preparando el movimiento, fijando la actitud, sosteniendo el gesto, manteniendo la estática y la equilibración" (18).

Sin embargo, la función tónica no es solamen

te un fondo más o menos ligado al equipo neurofisiológico, sino que, como ha subrayado Wallon, juega un papel fundamental tanto en la vida afectiva como en la de relación (19). Al mismo tiempo ha insistido en la doble función del músculo: la función clónica que está en la base de la actividad cinética, dirigida hacia el mundo exterior; y la función tónica que mantiene en el músculo una cierta tensión y sostiene su esfuerzo. El tono es, en consecuencia, la base donde se forman las actitudes, las posturas y la mímica. Fuente de emociones y materia prima de las reacciones posturales, que preparan para la representación mental.

En toda su obra, Wallon ha insistido en la continua reciprocidad de las actitudes, de la sensibilidad, de la acomodación perceptiva y mental. De esta manera el tono juega un papel fundamental en la toma de conciencia de sí y en la edificación del conocimiento del mundo y de los demás.

Por su parte, Ajuriaguerra pone de manifiesto que la actividad tónica es un modo de relación con

---

(18) MARTINEZ LOPEZ, P.; NUÑEZ, J.A.: Psicomotricidad y educación preescolar. Ed. Nuestra Cultura. Madrid, 1978, pág. 56.

(19) WALLON, H.: Los orígenes del carácter en el niño. pág. 137.

el otro y estudia la estrecha relación entre el tono y la motricidad, así como su asociación en el desarrollo del gesto y del lenguaje.

Siguiendo esta misma línea M. Stambak ha descrito el desarrollo de los diferentes aspectos motores en la primera infancia, desde una perspectiva experimental (20).

Respecto al papel de los centros nerviosos - en la regulación del tono parece estar hoy admitido por todos los investigadores. Las motoneuronas que dan a los husos neuromusculares su inervación motriz estarían controladas por las estructuras reticulares que regularían de este modo, y por una acción directa, su nivel de excitabilidad.

Así pues, el tono muscular necesario para cualquier movimiento está sometido y regulado por el sistema nervioso. Excepto para los movimientos de tipo reflejo, será necesario un aprendizaje de tipo psicomotor para lograr que el movimiento esté adaptado a su objeto. Sin esta adaptación, la actividad sobre el mundo externo sería imposible, y la posibilidad de desarrollo mental nula, ya que, tal como hemos indicado, es

---

(20) STAMBAK, M.: Tono y psico-motricidad. Pablo del Río Editor. Madrid, 1978.

precisamente en esa manipulación y actividad sobre el entorno donde reside la causa del desarrollo intelectual.

Por otra parte, la actividad tónica a través de las sensaciones propioceptivas que provoca, es uno de los elementos fundamentales que componen el esquema corporal. "La conciencia de nuestro cuerpo y su posibilidad de utilización dependen de un correcto funcionamiento y control de la tonicidad" (21).

El tono muscular a través de la sustancia reticular está íntimamente unido con los procesos de la atención, de manera que se da una estrecha interrelación entre la actividad tónica muscular y la actividad tónica cerebral. Por consiguiente al intervenir sobre la actividad muscular y su control, se interviene también sobre el control de los procesos de atención, imprescindibles para cualquier aprendizaje.

Asimismo y a través de la sustancia reticular, y dada la relación entre ésta con los sistemas de reactividad emocional (hipotálamo-cíngulo-órbita-fron-

---

(21) MARTINEZ LOPEZ, P.; NUÑEZ, J.A.: Psicomotricidad y educación pre-escolar. Pág. 57.

tal...) la tonicidad muscular está muy relacionada con el campo de las emociones y del modo característico de reaccionar del individuo. De manera que existe una regulación recíproca en el campo tónico emocional y afectivo situacional. Por ello se explica por qué las tensiones psíquicas se expresan en tensiones musculares.

Por ello la educación psicomotriz a nivel de tono tiende a dar al sujeto la posibilidad de controlar sus reacciones tónicas ligadas siempre a la vida afectiva (principio de solidaridad tónico-emocional de Ajuriaguerra).

#### LAS CONDUCTAS MOTRICES DE BASE

Entre las conductas motrices de base, que constituyen uno de los componentes fundamentales del esquema corporal, podemos señalar como de las más importantes: el control postural y la coordinación psicomotriz.

a) Control postural: El equilibrio o control postural está muy relacionado con la actividad tónica, constituyendo una unidad tónico-postural cuyo control facilita la canalización de la energía tónica necesaria para realizar los gestos, prolongar una acción o -

llevar el cuerpo a una posición determinada. Este control depende del nivel de maduración, de la fuerza muscular y de las características psicomotrices del individuo. A la vez actúa tanto sobre el plano de la motricidad fina como de la motricidad global, facilitando el equilibrio postural.

El equilibrio depende esencialmente del sistema laberíntico y del sistema plantar (22) si bien los agentes realizadores son los músculos y los órganos sensomotores, por consiguiente reposa sobre las experiencias sensomotrices del niño.

Normalmente se distingue entre equilibrio estático y equilibrio dinámico. En éste juega un papel importante la vista. Por su parte, el equilibrio estático y su control desempeña un papel importante, pues es un síntoma muy ligado a los trastornos y dificultades de lectura.

Una mala estructuración del equilibrio trae consigo como consecuencia la pérdida de consciencia de la movilidad de algunos segmentos corporales, lo cual afecta a la correcta estructuración del esquema corpo-

---

(22) PEREZ Y PEREZ, D.: Cerebro y conducta. Salvat, - Barcelona, 1974, pág. 110.



ral. Cuanto más defectuoso es el desequilibrio, más - energía y atención acapara en detrimento de las demás actividades. Y, como dicen Picq y Vayer, "un equilibrio correcto es la base primordial de toda coordinación dinámica general como asimismo de toda acción diferenciada de los miembros superiores" (23). Mientras el niño se sienta desequilibrado no puede liberar sus manos y sus brazos, lo cual constituye un verdadero - obstáculo para todo tipo de aprendizajes en los que - las manipulaciones constituyen un elemento esencial.

Otro de los factores que hace del equilibrio un elemento esencial en la educación psicomotriz del - esquema corporal es el hecho de que constituye la base de la actividad relacional y del sustrato físico de la capacidad de iniciativa y autonomía del niño. Uno de - los hechos, que hemos constatado en la parte experimen - tal, ha sido que casi todos los niños que, por una u - otra razón, presentaban dificultades en su equilibra - ción, solían ser niños tímidos, retraídos y excesiva - mente dependientes, quizás como consecuencia de las - múltiples frustraciones y fracasos vividos con ocasión de experiencias tales como correr, saltar, trepar, etc.

---

(23) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y re - traso mental. Pág. 18.

que constituyen la base real y física de la capacidad de autonomía e iniciativa en cualquier niño.

En este mismo sentido, Picq y Vayer señalan que la perturbación del equilibrio tiene una verdadera significación psicológica, ya que al estar relacionado con la vida emocional parece ser una de las causas de los estados de angustia y de ansiedad (24).

Por otra parte, el equilibrio interviene como una de las condiciones necesarias para una correcta estructuración y orientación del espacio, ya que la posición de la cabeza, en donde se localizan la mayor parte de los analizadores de la sensibilidad exteroceptiva y de la orientación, es uno de los elementos de asimilación del espacio y estructuración de la orientación, que permite tomar conciencia del cuerpo y de las posibilidades reales del mismo.

b) La coordinación psicomotriz: Supone la posibilidad de manejar grupos musculares de una forma independiente. La finalidad de la coordinación psicomotriz es la de llevar a cabo, de la manera más eficaz -

---

(24) Ibidem, pág. 13.

posible, movimientos que interesan a varios segmentos corporales, implicados en un gesto o en una actitud.

Para que esta coordinación sea eficaz se requiere partir de una buena integración del esquema corporal, así como de un conocimiento y control del cuerpo lo más desarrollado posible.

La coordinación psicomotriz constituye también un factor importante en la estructuración espacial del sujeto con respecto a su propio cuerpo (lateralidad) o al mundo que le rodea (orientación). Por otra parte necesita de una adecuada aprehensión de las estructuras temporales, para poder realizar en orden una sucesión de movimientos (25).

Una defectuosa coordinación psicomotriz tiene efectos perturbadores en todos los niveles de la actividad del individuo, así como al control de los automatismos.

En la educación psicomotriz los ejercicios se dirigen, sobre todo, a la coordinación dinámica ge-

---

(25) COSTE, J.: Las 50 palabras claves de la psicomotricidad. Pág. 76.

neral base del control del cuerpo, y a la coordinación óculo-manual, que juega un papel muy importante en la precisión y adaptación de los gestos motrices, y en aprendizajes muy concretos como en el de la escritura.

Se trata, en definitiva, por medio de los ejercicios de que el sujeto aprenda a localizar los segmentos corporales y a utilizar con eficacia el tono muscular. Se pretende que el sujeto tome conciencia de sus posibilidades motrices y de todos los elementos que contribuyen a la puesta en acción de su cuerpo en el mundo.

Como hacer constar Bucher, "el perfeccionamiento de los automatismos, la adquisición de una mejor coordinación dinámica y postural y el conocimiento de los elementos espaciales elementales, son elementos indispensables para abordar una actividad más diferenciada y más autónoma. Si el paso del trabajo del esquema corporal al de coordinación motriz global se efectúa sin una demarcación precisa y se prosigue paralelamente, resulta muy difícil una separación entre esta progresión y las siguientes... Según el nivel de maduración y las dificultades del individuo, la actividad se centra más o menos sobre el aspecto de coordinación de los movimientos o sobre la actividad organiza-

da y consciente, sobre la acción global o sobre la acción analítica" (26).

Relacionada con la coordinación psicomotriz se encuentra disociación que se puede entender como - "la actividad voluntaria del sujeto, que consiste en - accionar los grupos musculares independientemente los unos de los otros" y como "la efectuación simultánea - de movimientos que no tienen la misma finalidad en una conducta determinada" (27).

La disociación supone un buen control de los automatismos y una coordinación psicomotriz adecuada. El control del orden de sucesión de los movimientos - (tiempo y ritmo) y la integración del espacio (orientación) son los elementos fundamentales para la adquisición de una disociación de movimientos.

Su finalidad es el ajuste de la motricidad - global (independencia de los segmentos) y de la motricidad fina (diferencia de la actividad manual y digital).

---

(26) BUCHER, H.: Trastornos psicomotores en el niño. Toray-Masson, Barcelona, 1976, pág. 95.

(27) COSTE, J.: Op. cit., pág. 57.

### LAS CONDUCTAS PERCEPTIVO-MOTRICES

El movimiento humano es un fenómeno que se desarrolla a la vez en el espacio (forma y amplitud) y en el tiempo (duración y estructuración temporal). Por otra parte, la duración de los movimientos totales pueden ser de compuestos en los "tiempos" que hay de apoyos intermediarios. La sucesión ordenada de estos tiempos representa el ritmo del movimiento, en un sentido amplio.

Las conductas perceptivo-motrices constituyen un papel fundamental en el movimiento y, por tanto, en la educación psicomotriz. Su característica principal es la de estar ligadas a la estructura del esquema corporal y directamente relacionadas unas con otras.

#### a) Estructuración espacial

Respecto a la génesis de la estructuración espacial en el niño A. Lapierre sostiene que "la noción del espacio no es una noción simple, sino una noción que se elabora y diversifica progresivamente en el transcurso del desarrollo psicomotor del niño. Es, en principio, la diferenciación corporal con respecto al mundo exterior. Después, y en el interior de ese espa-

cio interno, el establecimiento de un "esquema corporal" cada vez más diferenciado. A partir del movimiento es cuando se puede hacer esa diferenciación ya que un segmento no se puede individualizar si no hay una percepción de su movilidad propia, que le permita diferenciarse de los segmentos vecinos. La percepción del espacio corporal es a la vez, propio y exteroceptiva - (la posición corporal es a la vez vista y sentida)"(28).

Pero el espacio no es simplemente el lugar de los desplazamientos, sino que también constituye parte de nuestro pensamiento, en el cual se insertan los datos de la experiencia; en este sentido, el espacio se convierte en representativo y simbólico.

El cuerpo, para llevar a cabo la información sobre las propiedades espaciales de su medio, está provisto, como indica Lapierre, de dos sistemas receptores sensoriales:

1. Un sistema visual, en el cual los receptores visuales están situados en la retina del ojo traduciendo fundamentalmente una información relativa a la superficie.

---

(28) LAPIERRE, A.: La reeducación física (Tomo I) Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1978, pág. 397.

2. Un Sistema Táctil-kinestésico, dispersado por todo el cuerpo y muy diferenciado que proporciona tres tipos de información:

-Postura del observador; es decir, la posición relativa de las diversas partes del cuerpo.

-Desplazamientos del observador o de uno de sus miembros.

-Superficies físicas encontradas por el observador y todas las propiedades de las mismas (rigidez, resistencia, presión, etc.) así como la velocidad de los desplazamientos del observador.

En este mismo sentido, A. Lapierre añade: "A partir de la percepción del cuerpo propio y sobre la base de referencia que le es así proporcionada, es cuando puede ser percibido el espacio exterior. Este espacio exterior es explorado al principio por una doble y simultánea percepción: una exteroceptiva (por ejemplo, la visión de un objeto) y otra propioceptiva (los gestos que hay que hacer para cogerlo). El espacio externo es, por tanto percibido primero como una distancia del yo (para alcanzar el objeto el gesto es más



o menos amplio, el desplazamiento más o menos largo) y una dirección respecto del yo (el gesto se hace hacia arriba, abajo, delante, atrás, a la derecha, a la izquierda, etc.).

A partir de esta percepción dinámica del espacio vivido, la noción de espacio exteroceptivo (espacio visual, espacio estático) se hace una abstracción, un proceso mental que se apoya en la memoria de anteriores vivencias y en su extrapolación" (29).

Así, pues, inicialmente se estructura con referencia al propio cuerpo a través del esquema corporal y la experiencia personal. Pero antes de llegar a esa abstracción, a ese proceso mental pasa por diversas etapas.

Piaget ha estudiado la evolución del espacio en el niño y afirma que en los primeros meses de la vida el espacio del niño es muy restringido, limitándose al campo visual y a sus posibilidades motrices. Se puede decir que hay tantos espacios no coordinados entre sí, como campos sensoriales (espacio, bucal, visual, -

---

(29) Ibidem, pág. 397.

táctil, y cada uno de ellos está centrado en los movimientos y actividades propias. Posteriormente, cuando el niño comienza a andar, su espacio de acción se amplía y multiplica sus posibilidades de experiencia, aprendiendo a moverse en el espacio, captar distancias, direcciones y demás estructuras espaciales elementales, siempre en relación con su propio cuerpo. Para una correcta percepción del espacio necesita establecer conexiones entre las sensaciones visuales, cinéticas y táctiles (30).

"Al final del segundo año, en cambio, existe ya un espacio general, que comprende a todos los demás y que caracteriza a las relaciones de los objetos entre sí y los contiene en su totalidad, incluido el propio cuerpo. La elaboración del espacio se debe esencialmente a la coordinación de los movimientos, y aquí se ve la estrecha relación que existe entre el desarrollo y el de la inteligencia sensoriomotriz propiamente dicha" (31).

A este espacio característico del período sensoriomotor Piaget lo denomina espacio topológico y es

---

(30) PIAGET, J.: Seis estudios de psicología. Seix Barral. Barcelona, 1977, pág. 26.

(31) Ibidem, pág. 27.

una categoría práctica o de acción pura. En él predominan las formas y dimensiones, y aparece caracterizado por las relaciones de proximidad, separación, orden y continuidad entre elementos de una misma configuración.

A medida que el esquema corporal del niño se va perfilando y consolidando, éste se convierte en el punto de apoyo de la organización de sus relaciones espaciales con los demás, los objetos y las cosas. El niño accede así, entre los tres y siete años, al espacio euclidiano teniendo especial importancia las nociones de orientación (derecha-izquierda, arriba-abajo, delante-atrás), situación (dentro-fuera), tamaño (grande-pequeño), dirección (a, hasta, desde, aquí, allí). Nociones imprescindibles para la comprensión y manejo del número y las operaciones realizadas con él, como hemos dejado constatado en la parte experimental.

Piaget ha subrayado la importancia de la representación mental de las nociones de derecha e izquierda como categorías que, posteriormente, en el período de las operaciones concretas, influirán en que el concepto de espacio sea concebido, no ya como un esquema de acción o de intuición, sino como un esquema general del pensamiento, es decir, un espacio racional. Pero, como el mismo Piaget indica, el estado de las in

vestigaciones en lo que se refiere a la construcción del espacio en estos períodos no es tan satisfactorio como el referido a los dos primeros años.

Probablemente, la gran dificultad del análisis espacio estriba en el hecho de que la construcción progresiva de las relaciones espaciales evoluciona sobre dos planos distintos: el plano perceptivo o sensoriomotor y el plano representativo o intelectual.

Sin embargo, para Picq y Vayer, estas dos construcciones "representan un factor común que es la psicomotricidad, origen de operaciones espontáneas - tras haber constituido el elemento directo de las imágenes representativas y sin duda las más elementales - percepciones espaciales" (32).

En definitiva, lo que Picq y Vayer tratan de destacar es la estrecha dependencia entre motricidad y representación en la evolución del espacio.

La educación psicomotriz tiende a que el niño tome conciencia de la orientación del cuerpo en el espacio. Una buena organización espacial supone la ca-

---

(32) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Pág. 27.

pacidad de percibir las relaciones existentes entre - los diversos componentes de los datos percibidos visual y auditivamente, en situar los elementos del todo en relación mutua en el espacio y en el tiempo.

Ahora bien, como condición de esa estructuración espacial está la capacidad de tomar conciencia de su propio cuerpo. En este sentido, el conocimiento que el niño tenga de derecha-izquierda, arriba-abajo, delante-atrás, etc. referido a su propio cuerpo, lo proyectará en su conocimiento de las realizaciones espaciales en general. Es como si en relación a la estructura del propio cuerpo se establecieran todos los objetos en el espacio.

Por eso al principio la orientación en el espacio no se puede separar de su propio cuerpo, es decir, conocerá la situación de las diversas partes del cuerpo y la situación de los objetos con relación al eje corporal. De esta manera, hasta que el niño no sea capaz de analizar su propio cuerpo, sus propiedades; y hasta que sus límites hayan sido convenientemente experimentados, no podrá analizar las relaciones entre los objetos ni transferir el conocimiento de sí mismo al conocimiento del otro y organizarse con relación a él.

Como hace constar A. Lapierre "es necesario

también tomar en consideración que el espacio humano - es un espacio orientado en sentido izquierda-derecha y que gira en sentido siniestrogiro. Es el caso del grafismo de la escritura, de la lectura, de la numeración, del cálculo, de los útiles mecánicos, etc. El que el niño sea diestro o zurdo es secundario, siempre que esta lateralización sea franca y no contrariada, pero es imprescindible que su espacio esté orientado en la buena dirección. Si el niño tiene dificultades con su espacio, es porque en su desarrollo psicomotor algunas etapas han sido saltadas. Hay que hacerle de nuevo recorrer, por tanto, las etapas partiendo de la base, es decir, del esquema corporal. Es necesario que viva corporalmente situaciones espaciales cada vez más complejas, que ponga en concordancia sus percepciones propio y exteroceptivas. La percepción propioceptiva debe dejar una buena huella. Debe ser asociada al máximo de sensaciones exteroceptivas (visuales, laberínticas, táctiles y auditivas)" (33).

El ejercicio psicomotor en relación con el espacio tendrá por meta el permitir al sujeto tomar conciencia de estas nociones de la manera más completa

---

(33) LAPIERRE, A.: La reeducación física. Vol. I. Pág. 398-399.

posible. El espacio se organiza primero en relación - con el propio cuerpo y después en relación con los - otros y con los objetos. Posteriormente adquiridas estas nociones, y en relación con percepción temporal se desarrollarán los ejercicios de observación de la velocidad, duración, etc. Por eso el desarrollo de la estructuración espacial será propiciado mediante actividades que impliquen diversos desplazamientos, itinerarios, móviles, manipulaciones, construcciones, las cuales darán ocasión para descubrir y asimilar las diversas orientaciones y relaciones espaciales.

b) Estructuración temporal

La organización del tiempo es otra de las bases fundamentales del desarrollo psicomotor. La estructuración temporal es indisociable de la estructuración espacial, y que por medio de las señales espaciales y de su permanencia el niño va a poder conseguir las nociones de duración y ritmo. En este sentido, el papel del sistema auditivo en relación con los sistemas visual y tactilkinestésico adquiere una gran importancia.

Piaget estudiando la evolución de la noción del tiempo se encontró con que es más compleja que la del espacio. El tiempo, en el período de la intelligen-

cia sensomotriz es una categoría práctica o de acción pura que se halla siempre relacionada con la propia actividad del niño. Se caracteriza por ser un fenómeno - subjetivo, cargado de afectividad y asocia o a la satisfacción de las necesidades biológicas. En su progresivo desarrollo el niño va integrando nociones como mañana, tarde, noche, ayer, hoy, etc. a través de su propia experiencia personal. Sin embargo, aunque usa esos términos y los reconoce como elementos concretos, no posee todavía una noción de la duración y ordenación de los mismos.

Igual que la noción de espacio en el período de las operaciones concretas la noción de tiempo se transforma en un esquema general del pensamiento. Piaget afirma que se construye por coordinación de operaciones como "clasificación por orden de las sucesiones de acontecimientos, por una parte, y encajamiento de las duraciones concebidas como intervalos entre dichos acontecimientos, por otra, de manera que ambos sistemas son coherentes por estar ligados unos a otros" (34).

Respecto a la noción de velocidad los niños

---

(34) PIAGET, J.: Seis estudios de psicología. Pág. 74.



tienen a cualquiera edad de la primera infancia la intuición correcta de que si un móvil adelanta a otro es porque va más deprisa que éste. Pero hasta que deje de haber adelantamiento visible para que la intuición de la velocidad desaparezca. La noción operatoria de la velocidad, concebida como una relación entre el tiempo y el espacio recorrido, se elabora aproximadamente hacia los ocho años.

Picq y Vayer distinguen tres estadios en la organización progresiva de las relaciones en el tiempo, en relación a las cuales aplican sus ejercicios educativos:

- a) Adquisición de elementos de base (noción de velocidad ligada a la acción del niño, noción de duración, nociones de continuidad, e irreversibilidad).
- b) Toma de conciencia de las relaciones en el tiempo (aprender los diferentes momentos del tiempo y llegar a las nociones de simultaneidad y sucesión).
- c) Llegada al nivel simbólico (coordinación de diferentes elementos, liberación progresiva del movimiento y del espacio, ex-

tensión y aplicación a los aprendizajes - escolares de base, transposición y asociación a los ejercicios de coordinación dinámica) (35).

De la intensa relación entre espacio y tiempo ha quedado constancia en la parte experimental. Hemos podido comprobar su importancia ya que muchas de las perturbaciones del comportamiento escolar tienen como causa inicial o concomitante un déficit de esta función. Esto se hacía especialmente manifiesto en los niños que presentaban alteraciones de tipo disléxico. Los mismos números se dan en una estructuración espacio-temporal: los números cardinales forman parte de una estructura espacial, y los ordinales, de una temporal. Existen, además, términos, como antes y después, que pueden ser tanto espaciales como temporales.

La estructuración espacio-temporal, como hemos visto, está muy ligada a la propia estructuración del esquema corporal y a la lateralidad.

Uno de los objetivos a conseguir por la edu-

---

(35) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Pág. 30.

cación psicomotriz es una correcta estructuración espacio-temporal, puesto que juega un papel esencial en todos los problemas del aprendizaje escolar. Ahora bien, una buena estructuración espacio-temporal no es posible sin una experiencia vivida en relación con el dominio del tiempo y del espacio. De todo ello se desprende que el entrenamiento de una adecuada estructuración espacio-temporal se impone como un medio de educar la inteligencia.

Directamente relacionado con la percepción - del tiempo se encuentra el ritmo, cuyo concepto viene dado, sobre todo, por la organización del movimiento. - Platón, en sus obras, afirma que la palabra "ritmo" caracteriza esencialmente a los movimientos del cuerpo que - están sometidos a los números, igual que los sonidos musicales. Entiende el ritmo como "el orden en el movimiento", siendo este orden el que asegura la armonía y coherencia del movimiento humano.

El concepto de ritmo, sin embargo, es mucho más amplio, afecta prácticamente a todos los niveles - de la conducta humana y subyace en la propia naturaleza del hombre. Así a nivel neurológico, por ejemplo, se reconoce que el trabajo y la organización del cerebro no son simplemente el resultado de las conexiones entre las diferentes partes, sino que los ritmos cerebrales -

juegan un papel de primer orden en la organización de la actividad cerebral.

Por otra parte, una de las propiedades del sistema nervioso es la de desencadenar rítmicamente los distintos impulsos a intervalos regulares (isocronía). Tal propiedad se manifiesta tanto en el dominio vegetativo (automatismo de la respiración) como en la vida de relación (ritmos motores espontáneos).

"Los ritmos biológicos afectan a todos los procesos vitales, tanto en las células como en el organismo, constituyendo una de las manifestaciones más claras de la base de nuestra naturaleza, y son el fundamento sobre el que descansa la organización de toda la actividad humana" (36).

La importancia de los ritmos biológicos y de su estudio, ha justificado el nacimiento de una nueva disciplina: la cronobiología o estudio de la estructura temporal de los procesos biológicos.

Sin detenernos en el análisis de estos ritmos biológicos que no es nuestro objetivo, aquí el

---

(36) RAMOS, F.: Introducción a la práctica de la edu-

ritmo es considerado en su relación con la percepción temporal y dentro de los fines de la educación psicomotriz.

En su estudio sobre el ritmo Fraisse (37) pone de manifiesto la ambigüedad que encierra en sí el término "ritmo", afirmando que hay un sentido muy general del concepto que tiene dos polos principales: - periodicidad y estructura. La periodicidad hace referencia a la repetición de grupos idénticos o análogos. La estructura consiste en la serie de elementos idénticos - en duración, cualidad e intensidad.

La percepción del ritmo se hace a través de las estructuras y de su repetición. La complejidad de esta percepción y sus incidencias motrices y afectivas conducen a la experiencia rítmica, que se desarrolla en el espacio y en el tiempo. Existe, pues, ritmo cuando se realizan ciertas organizaciones en armonía - (orden), que se caracterizan por su periodicidad o regularidad. Esta tiene como misión engendrar una induc-

---

cación psicomotriz. Pablo del Río-Editor. Madrid, 1979, pág. 122.

(37) FRAISSE, P.: Psicología del ritmo. Morata, Madrid, 1976.

ción motriz que constituye el origen de todo movimiento o esquemas de movimientos que se armonizan dentro de una percepción.

El ritmo es un continuo feed-back entre el plano perceptivo, motor y afectivo cuya base inicial es psiconeurológica, pero que adquiere una significación más completa cuando se desarrolla en un contexto social.

Hemos constatado cómo una gran parte de los niños con alteraciones perceptivo-motrices tenían gran dificultad en seguir los ritmos de las pruebas. Unos reproducían el número de golpes dados sin caer en la cuenta de su estructura: espacios, pausas, etc. Otros duplicaban el número de golpes, otros invertían el orden presentado. Por ejemplo, si la estructura era un golpe, una pausa y después dos golpes seguidos, ellos empezaban con los dos golpes, y después de una pausa reproducían un golpe aislado. Estas dificultades aumentaban cuando se trataba de transcribir estructura temporales.

En el grupo de niños con alteraciones disléxicas, en las lecturas, por ejemplo, de los problemas aparecían las pausas mal colocadas y respiración sincrónica. Asimismo al copiar al dictado aparecían las

trasposiciones de letras y sílabas, como "el" por "le", "sol" por "los", etc., poniendo de manifiesto las alteraciones rítmicas de su desarrollo.

En la educación psicomotriz el objetivo a conseguir respecto del ritmo consiste en una percepción del mismo y su traducción en expresión corporal. El ritmo permite pasar de la inhibición a la expresión y de reacciones anárquicas a movimientos controlados y regulados. Desde hace mucho tiempo se ha utilizado el ritmo en diferentes formas para facilitar los aprendizajes escolares. Sin embargo, cualesquiera que sean estas variedades se presenta a la vez como una educación del movimiento, una educación perceptiva y una coordinación del gesto y del sonido.

Se trata de mejorar la coordinación de los movimientos, de armonizar su acción en una actividad determinada para conseguir una mayor eficacia, contribuyendo a una disponibilidad corporal imprescindible en todo tipo de actividad, tanto intelectual como física.

Las implicaciones respecto a los aprendizajes escolares son bien claras, puesto que como señala Picq y Vayer, "el ejercicio rítmico regulariza la falta de fuerza nerviosa y procura sensaciones agradables. Es

económico, hace intervenir la atención del niño y, sobre todo, ayuda a la supresión de las contradicciones debidas a una actividad voluntaria mal controlada. El ritmo permite la flexibilidad de la relajación, la independencia segmentaria, elemento indispensable del control motriz" (38).

Conviene recordar que uno de los factores decisivos en las alteraciones y fracasos en el aprendizaje de las matemáticas era precisamente, al menos para el tercer grupo, la falta de atención. En la educación del ritmo vamos a encontrar uno de los medios adecuados para mejorar y aumentar el control de la capacidad de concentración y de atención.

#### LATERALIDAD

Otro de los conceptos relacionados con la educación psicomotriz y que está ligado al esquema corporal es la lateralidad. El estudio de la lateralidad en principio exige el planteamiento del problema relativo al predominio, en el ámbito neurológico, de la relación hemisférica.

---

(38) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Pág. 28.



Las conductas neuromotrices se canalizan normalmente a través de uno de los dos hemisferios. Históricamente ha sido Broca quien lanzó la hipótesis del predominio de uno de los hemisferios intuyendo las relaciones entre dicho predominio y los actos motores. Sin embargo, Broca y otros investigadores creían que solamente uno de los hemisferios funcionaba mientras el otro permanecía inactivo.

Más tarde y debido a los trabajos de Nielsen, R. Brain, y, sobre todo, a los de Ajuriaguerra y H. Hecaen, se cambia la visión totalista de la exclusividad hemisférica y se sustituye por un concepto de especificidad hemisférica fragmentaria. De estos estudios se deduce que cada hemisferio presenta una sintomatología peculiar.

Para Le Boulch la lateralización consiste en "la traducción de una predominancia motriz llevada sobre los segmentos derechos o izquierdos y en relación con una aceleración de la maduración de los centros sensitivo-motores de uno de los hemisferios cerebrales" - (39).

Para Orton "el conflicto entre los dos hemisferios tiene la cualidad de establecer la dominancia funcional de un hemisferio sobre otro. Cuando esta do-

minancia no se manifiesta o resulta débil, entonces - es cuando se origina un verdadero conflicto que trae consecuencias en diversos aprendizajes de lectura, escritura, cálculo, etc. Orton sostiene que al aprender a leer y a escribir, el niño almacena imágenes, sílabas, letras, en los dos hemisferios. En aquel cuya dominancia ha prevailecido lo hace de forma distinta al otro.

El predominio del hemisferio izquierdo se - traduce por una condición diestra y el dominio del hemisferio derecho por una zurdera. En el izquierdo se - da un entrecruzamiento de las vías motoras que determina la utilización de los miembros superiores e inferiores derechos. El proceso inverso ocurre en el derecho.

La dominancia cerebral es la que determina la lateralidad; es decir el empleo preferente de los miembros de una mitad.

A nivel clínico es preciso distinguir al menos dos tipos de lateralidad: 1) La lateralidad espontánea, gestual, manifestada a través de gestos espontá

---

(39) LE BOULCH: L'éducation par le mouvement, pág. 101.

neos. Se trataría de la lateralidad neurológica, función de la dominancia hemisférica constitucional, que se traduce por una lateralidad tónica, es decir, por una predominancia del tono en un lado o en otro del eje corporal. 2) La lateralidad de utilización, que se manifiesta esencialmente por una preponderancia manual en las actividades corrientes o sociales.

Los dos tipos de lateralidad, la lateralidad neurológica y la de utilización coinciden en la mayoría de los casos; sin embargo, en otros, puede aparecer una organización lateral discordante, que origina dificultades psicomotrices.

Ahora bien, ¿Cuándo comienza el niño a manifestar sus preferencias de lateralidad?. En este sentido Gesell dice que es a partir de los nueve meses cuando empieza a manifestar interés por su mano preferida.

Lo que sí parece cierto es que todos los niños manifiestan la tendencia a ser ambidextros hasta los tres años. De lo que se deduce que tiene que ser el niño el que vaya seleccionando sus propias preferencias.

Existen distintas teorías sobre el origen de la dominancia hemisférica en cuyo análisis no nos vamos a detener. Sólomente indicamos las líneas básicas

de cada una de ellas.

La teoría genética defendida entre otros por Ojemann, Freeman, Berges, Harrison Stambak, etc..., - sostiene que en la lateralidad existe un factor innato o congénito que persiste a pesar de la presión social o educativa. Para estos autores el aprendizaje inter- vendría como un factor de refuerzo positivo o negativo, pero su punto real se sustenta en los factores neuro- lógicos exclusivamente que son los que determinan la - lateralidad.

Para Chaefer, Watson y otros, es el ambiente familiar y educativo el que favorece la imitación de - la lateralidad en el niño. La diversificación de res- puestas no se da en ninguna de las manos hasta que la costumbre social empieza a concretar la manualidad.

Hay autores, como Chamberlain, que sostienen que la herencia desempeña un notable papel en la deter- minación de la dominancia hemisférica, pero no lo hace de una manera absoluta.

Zazzo, por su parte, respecto a la herencia es más explícito y afirma que no puede darse ninguna respuesta decisiva (40). Esta postura coincide con la de Ajuriaguerra y H. Hecaen cuando sostienen que el me

canismo hereditario no es capaz de desempeñar la función de la lateralidad por sí sólo.

Es probable que intervengan varios factores congénitos y que presumiblemente se trate de un mecanismo que ponga en juego varios genes. El hecho de lateralidades diferentes en gemelos idénticos tiende a probar que el factor hereditario no actúa solo.

Zazzo analiza el efecto de la educación partiendo de dos comprobaciones:

- El número de zurdos manifiestos (sobre todo por la escritura) disminuye por la edad.
- El predominio de la derecha en los diestros aumenta y se acentúa con la edad.

Las causas de estas comprobaciones pueden ser varias:

- a) El enmascaramiento de la zurdera por ciertos adiestramientos sociales, bien por coacción o sencillamente por imitación.

- b) Una verdadera maduración fisiológica, - durante la cual los diestros afianzarían su condición de tales.
- c) Un refuerzo de los efectos de la maduración por el ejercicio. La base neurológica no sería modificada, pero funcionalmente la condición "diestro" sería cada vez más nítida.
- d) Un defecto directo del ejercicio sobre el fenómeno biológico de la maduración (41).

Desde el punto de vista de los trastornos que puede causar la lateralización a nivel de equilibrio - psicomotor la peor fórmula es la de la lateralidad mal definida (en nuestro estudio hemos constatado un 58% en el segundo grupo). Normalmente está ligada a trastornos de la estructuración espacio-temporal, función simbólica y trastornos del lenguaje. Hoy día se piensa que desde el punto de vista del ajuste psicomotor y de la organización de los movimientos es necesario que un lado tome la dirección y la supremacía sobre el otro.

Cuando se trata de lateralidad cruzada los -

---

(41) Ibidem, pág. 25.

trastornos no son tan acusados pero puede llevar consigo dificultades en la coordinación óculo manual y - afectar a los diversos aprendizajes, entre los cuales el más común es el de la lectura. En el grupo de los - niños con alteraciones disléxicas el 28% presentaba - una lateralidad cruzada.

A veces se han señalado trastornos de la motricidad del lenguaje y del carácter en relación con la zurdera. En relación a esto Zazzo (42) señala que hay que distinguir:

-Cuando los trastornos están asociados con la zurdera no es la causa, sino un trastornos - entre otros.

-Cuando esas perturbaciones se deben a presiones para provocar la actitud diestra. En estos casos la causa es la reeducación.

-Los trastornos pueden estar asociados a una mala lateralización o a una ambidextreza.

Hemos encontrado zurdos contrariados cuyos -

---

(42) Ibidem, pág. 26.

efectos se hacían manifiestos sobre todo a nivel de carácter, (inestabilidad, ansiedad, tics nerviosos, timidez, etc.).

En resumen, pues, la lateralidad depende de factores hereditarios y de la dominancia espacial adquirida. En esos factores influye la educación cuyo objetivo sería el de ayudar al niño a lateralizarse claramente. Ahora bien, dado que a menudo en el niño es difícil discernir su lateralidad, es preciso obrar con toda prudencia. Cuando la lateralidad es indecisa o muy levemente zurda, la norma general es que se debe dar una educación a la mano derecha, siempre que no aparezcan trastornos, pues, en este caso se tendría que volver de nuevo a la mano izquierda.

En los casos en que la zurdera está acompañada de torpeza y retraso mental, así como en aquellos otros en los que la zurdera se asocia a dificultades de orden afectivo, la educación de la mano izquierda parece ser la más indicada.

En la educación psicomotriz, la lateralidad constituye el centro del esquema corporal, que a su vez como indicábamos, es la base de todos los conceptos de la educación psicomotriz.



El análisis, pues, de los conceptos fundamentales que integran la educación psicomotriz, nos pone de manifiesto que dichos conceptos constituyen el sustrato de las futuras nociones matemáticas ya que su adquisición favorece el desarrollo en los aspectos sensoriales, perceptivos, motores, etc., procurando que el niño tenga un conocimiento de sí mismo en relación con el espacio que le rodea, así como un grado de coordinación, estabilidad, concentración, etc., de acuerdo con su edad.

Ya hemos indicado cómo en el análisis de las diferentes dificultades concretas que presentaban cada grupo, los fallos en la adquisición de las primeras nociones matemáticas y su mala interiorización constituyen una de las causas principales de los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas. Ahora bien, para poder superar esas dificultades y evitar los fracasos, habrá que partir de una adquisición adecuada de tales nociones y atender a las funciones que se encuentren alteradas. Tanto unas como otras tienen una base común: la psicomotricidad cuyo desarrollo armónico es la que garantiza la adquisición adecuada de las primeras nociones y el ejercicio normal de las funciones que las hacen posibles.

De esta manera se comprende por qué el desa-

rrollo psicomotor resulta imprescindible para el desarrollo psicomatemático: le proporciona las bases y las estructuras adecuadas para las nociones elementales de las matemáticas. Por eso cuando existe algún tipo de alteración o no se han desarrollado todos los aspectos - que integran el perfil psicomotor adecuadamente, las - nociones y conceptos matemáticos carecen de sentido - para el niño y el lenguaje derivado de los mismos resulta incomprensible.

Desarrollo psicomotor y desarrollo psicomatemático evolucionan conjuntamente y éste último depende del ritmo y del nivel alcanzado por aquél. Si en el primero se encuentran retrasos respecto a la edad, el ritmo es lento o existen obstáculos para su perfeccionamiento, en el segundo se manifiesta también un retraso, una lentitud y las nociones y conceptos matemáticos no se adquieren hasta no superar las dificultades y obstáculos de naturaleza psicomotriz.

No resulta, pues, extraño que en el aprendizaje de las matemáticas la evolución de desarrollo psicomotor sea uno de sus condicionantes básicos y una de las causas del éxito o fracaso del mismo especialmente en los primeros años.

#### B. ACCION - LENGUAJE - SIMBOLIZACION

Aparte del dato primario de la relación existente entre el desarrollo psicomotor y el desarrollo -psicomatemático, otro de los aspectos que se ponen de -manifiesto en el análisis de los datos obtenidos lo constituye el hecho de la secuencia a seguir en el aprendizaje de las nociones matemáticas sobre las que se apoya el concepto de número. Dicha secuencia ha de ser la de la acción -lenguaje- simbolización y nunca a la inversa.

Por ello va contra toda lógica el hecho de empezar por el símbolo y tratar por todos los medios de -que el niño lo acepte, lo asimile y lo comprenda, sin -antes comprobar y estar seguros que las nociones previas han sido desarrolladas adecuadamente. Es inútil darle -al niño el concepto abstracto ya elaborado. El número -es una abstracción y las operaciones realizadas con él siguen siendo abstracciones. De ahí que el niño aunque aprenda memorísticamente la técnica para utilizar los -números, cuente los elementos, realice sumas, restas, -etc., no las puede aplicar a los objetos reales porque desconoce su significado y la conexión que tienen con -la realidad. En la secuencia acción-lenguaje-simbolización, al niño le ha llegado sólo lo último y, por tanto, le resulta incomprensible.

Antes de que el niño comprenda el significado de los signos y de los símbolos abstractos tiene que haber desarrollado y creado sus propios símbolos a través del contacto con la realidad. De esta manera se va entrenando y preparando para la comprensión de los signos y su uso.

Será, pues, muy conveniente que el niño se ejercite en la creación y utilización de símbolos referidos a la realidad que él mismo manipula por medio de su actividad. Sólomente de esta forma aceptará y comprenderá los signos numéricos como una forma más de representar y de referirse a la realidad.

Hemos indicado la dificultad que presentaban los niños en la relación objeto-número cuando no tenían desarrollada la capacidad simbólica. Mientras que el niño no consiga familiarizarse con los símbolos a través de la manipulación de los objetos, no será capaz de comprender las operaciones realizadas con los números, cuya naturaleza es simbólica y abstracta. La abstracción no puede adquirirse de repente, sino que es el resultado de un largo proceso.

La dificultad que presenta el desarrollo de este proceso queda recogido en el siguiente texto de Piaget: "el primer obstáculo para la operación es la nece-

sidad de reconstruir en ese nuevo plano, que es el de la representación, lo que ya estaba adquirido en el de la acción. Esa reconstrucción entraña un proceso formador análogo al del plano sensomotor; el paso de un estadio inicial, en el que todo está centrado en el cuerpo y en la acción propia del niño, a un estadio de descentración en el que las cosas están centradas en sus relaciones objetivas con relación al conjunto de los objetos y de los actos señalados en el universo" (43).

De lo que se deduce que tanto Dienes, Goutard, como Piaget e Inhelder, están de acuerdo que lo primero es la realidad, la acción, y más tarde, se trataría de representar esa realidad mediante una acción interiorizada que sería la operación.

El hecho de representar la realidad mediante la interiorización de la acción supone un cambio muy brusco para el niño que no esté preparado. Es todo un proceso de realidad -lenguaje- simbolización; acción-representación. Esto lleva consigo que desde el principio hay que seguir las pautas del desarrollo y del ritmo de cada niño.

---

(43) PIAGET, J., INHELDER, B.: Psicología del niño. Pág.97.

Hemos comprobado la gran dificultad que tenían los niños con dificultades en el aprendizaje de las matemáticas para superar estos pasos y cómo se hacía evidente la necesidad de prolongar por más tiempo las actividades encaminadas a su afianzamiento. De manera que incluso aquellos que no tenían dificultad en su nivel mental tardaban en desprenderse de los elementos auxiliares (dedos, rayas, etc.) para realizar las operaciones simples.

No se puede, por tanto, presentar sin más al niño los signos matemáticos sin antes haber conseguido una comprensión de los mismos, partiendo de las nociones que los hacen inteligibles; de lo contrario, se cae en un seudoconocimiento que lleva consigo una imposibilidad práctica de progreso en el campo matemático y, en el mejor de los casos, aunque las vaya superando siempre quedarán lagunas que arrastrará consigo en los futuros aprendizajes de la matemática.

De las observaciones realizadas se puede concluir que hay nociones que pertenecen a la acción, a la realidad presente y que el niño aún teniéndolas delante y pudiendo realizar la acción no las tiene claras. Como por otra parte, estas acciones son la base de las operaciones posteriores se comprende que el niño no entienda incluso las nociones más simples de las

matemáticas.

A medida que va avanzando en los aprendizajes matemáticos, si no tiene claras y bien fundadas - estas nociones básicas, sufre un desconcierto cada vez mayor que se va agravando cuando en los aprendizajes - tenga que manejar conceptos y símbolos abstractos.

Estas nociones básicas son fundamentalmente las nociones de cantidad, conservación, seriación, clasificación, correspondencia, igualdad, orden, etc. que suponen la reversibilidad y constituyen la antesala de las operaciones numéricas. Nos hemos encontrado con niños que dominando memorísticamente los números, pero - sin haber adquirido estas nociones, no eran capaces de formar series, clasificar objetos, o ponerlos en correspondencia según un orden indicado. Aprenden de memoria pero no saben que para obtener, por ejemplo, el cuatro es necesario agregar un elemento más al tres, o quitar uno al cinco, agregar tres al uno, etc. Para - realizar una operación de este tipo es necesario que - el niño sepa que el número siguiente a uno dado, es - aquel que se refiere a los conjuntos que tienen un elemento más que los conjuntos a los que se aplica nuestro número.

Pero además de esas nociones indicadas exis-

ten otras cuya importancia es tan relevante como las indicadas y cuya adquisición a veces va implícita en aquellas. Se trata de nociones como las siguientes: Delante-atrás, antes-después, principio-final, empezar-continuar, arriba-abajo, etc... cuya asimilación por parte del niño es previa al dominio de la abstracción matemática.

Todas estas nociones se adquieren en relación con la acción y la manipulación de los objetos; es una acción a través del cuerpo, cuyo objetivo es la familiarización con todos los elementos componentes de los futuros conceptos. El desarrollo de las diferentes nociones en un orden tal que el niño pueda assimilarlas es el que facilita el camino para la comprensión correcta del número y de las futuras operaciones.

La acción, ocupa, pues, un lugar preponderante en el desarrollo de las funciones cognoscitivas que capacitan al niño para comprender y utilizar el número.

A través de la acción, de la experiencia, el niño va adquiriendo el dominio de los distintos aspectos que le presenta la realidad. Por una parte, la manipulación de los objetos le permite descubrir algunas de sus propiedades físicas, que le son intrínsecas. Pero, por otra parte, obrando sobre los objetos, se les añaden propiedades que no poseen por sí mismos, sino que le



son conferidas momentáneamente por la misma acción que - el niño domina. Entonces, puede ordenar, clasificar, reunir o separar los objetos y es mediante la acción se les otorga a los objetos las propiedades de ser ordenados, - clasificados, reunidos o separados. A partir de estas - propiedades se deducen los conceptos lógico-matemáticos.

Ahora bien, para extraer conceptos tales como los de conservación, clasificación, equivalencia cuantitativa, etc., los objetos por sí mismos carecen de importancia y no sirven más que como soportes de las acciones: a partir de estas acciones y de sus coordinaciones se extraen las informaciones para un proceso de abstracción reflexiva. Dichas acciones inconscientes en su inicio pasan a ser efectivas en el plano práctico y reflejadas en un nuevo plano llegan a ser el objeto de una toma de conciencia.

Resulta entonces que la elaboración de estos conceptos es algo más que una simple interiorización de las acciones. De ahí que con relación al valor del material didáctico el niño no puede crear estructuras mentales por el mero hecho de manipular los materiales. Esta es la opinión de Piaget, recogida por Lovell (44) y que,

---

(44) LOVELL, K.: Desarrollo de los conceptos matemáticos y científicos en los niños. Morata, Madrid, 1977, - pág. 59.

hoy día, comparten la mayoría de los autores.

La abstracción comienza a producirse cuando el niño llega a captar el sentido de las manipulaciones que hace con el material; cuando puede clasificar objetos - atendiendo, por ejemplo, al color, deshace la agrupación y puede después ordenarlos atendiendo a su tamaño. Como indica Cattegno "manejar material, ver por sí mismo cómo se forman y se organizan las relaciones, corregir sus - propios errores, escribir sólo lo que se ha constatado y se ha tomado conciencia de ello, vale más, evidentemente, que repetir sonidos simplemente oídos y no ligados a nuestra experiencia" (45).

Está claro que el niño no puede crear estructuras mentales por el mero hecho de manipular los materiales. Las necesarias conclusiones (proceso preabstractivo) se derivan más bien de las transformaciones (impresiones, percepciones) que se operan en la mente cuando - el alumno ordena, clasifica, agrupa, compara, etc., no - importa qué tipo de materiales.

El pensamiento abstracto constituido es esen-

---

(45) CATTEGNO, C.: Guía para el método de los números en color". Cuisinaire de España, Madrid, 1963.

cialmente móvil, reversible, y las relaciones lógico-matemáticas están fuera del tiempo cronológico, independientes de la sucesión temporal vivida. Por el contrario, una acción efectiva se desarrolla en el tiempo y como tal es irreversible. El niño no comprende que una acción produce una transformación: el ve el estado inicial y el estado final, pero sin llegar a concebir la relación que los une; razona sobre las configuraciones estáticas, no sobre las transformaciones. La elaboración de los conceptos matemáticos, su operatividad, depende, pues, de la capacidad del niño para separarse de los objetos y de las acciones efectivas. Por eso la interiorización de las acciones no es más que la primera etapa del proceso de abstracción; es preciso, además, que estas acciones interiorizadas lleguen a ser reversibles, se coordinen y se integren en unas estructuras de conjunto. Una verdadera operación intelectual permite múltiples composiciones; son flexibles y pueden realizarse de distintas maneras (46).

Sin ningún material didáctico, el niño puede llegar a realizar operaciones intelectuales, pero la uti

---

(46) CATTAN, L.: "Matemáticas modernas para los niños", en Transtornos del aprendizaje del cálculo. Fontanella, Barcelona, 1972, pág. 67.

lización de dicho material favorece el proceso para llegar a ellas.

Tanto para Piaget como para Dienes (47), el uso del material adecuado ocupa un lugar importante en el aprendizaje de las matemáticas, ya que el pensamiento lógico-matemático se construye mediante la interiorización y coordinación de las acciones realizadas sobre los objetos.

Por material didáctico se puede entender todo modelo concreto tomado del entorno que rodea al niño o elaborado a partir de él y con el cual se trata de traducir o motivar la creación de conceptos matemáticos (48).

Si bien es cierto que no son igualmente apropiados unos objetos que otros, la mayor o menor idoneidad del material no nos permite atribuirles la propiedad que no tienen. De todas formas el material ha de reunir una serie de condiciones para que su eficacia sea mayor:

---

(47) DIENES, Z.P.: La construcción de las matemáticas - Vicens-Vives, Barcelona, 1970, pág. 36.

(48) BUJANDA, M.P.: Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas. Edic. S/M., Madrid, 1981, pág. 140.

En primer lugar, el material utilizado ha de ser capaz de crear situaciones activas de aprendizaje. La percepción y la acción son procesos fundamentales en el aprendizaje matemático. Por consiguiente, si el material didáctico ha de contribuir eficazmente en aquel ha de ser capaz de provocar una y otra. Se considera, por tanto inadecuado el material o el mal uso que se hace de él, cuando la maneja exclusivamente el profesor, aunque se sirva de él para atraer y mantener la atención del alumno.

En segundo lugar, el material ha de facilitar al niño el significado de sus propias acciones; es decir, que el niño pueda llegar a interiorizar los procesos que realiza a través de la manipulación y ordenación de los materiales. Hay que tener en cuenta, tal como hemos indicado, que el niño percibe unas estructuras rígidas - mientras que las estructuras mentales son flexibles y pueden realizarse de distintas maneras.

En tercer lugar, una de las funciones del uso del material es la de servir de base concreta en una etapa determinada, pero al mismo tiempo debe impulsar a pasar a la abstracción siguien

te y facilitar el camino para llegar a los distintos conceptos matemáticos. Esta dependencia sólo parcial de lo concreto facilitará el desprendimiento del material y el niño podrá pasar a un nivel operacional estrictamente tal.

Por último, el material ha de ser multivalente, es decir, susceptible de ser utilizado como introducción motivadora de distintas cuestiones.

Reuniendo estas condiciones el profesor puede utilizar cualquier tipo de objetos extraídos de la vida ordinaria tales como palillos, bolas, fichas, chapas, - etc. Material que Bujanda denomina "ambiental" (49) frente al material "estructurado" concebido y elaborado con la finalidad expresa de proporcionar modelos para motivar la actividad matemática del niño y de ayudar en la tarea de elaborar conceptos y establecer relaciones matemáticas.

Respecto al uso del material, estructurado o

---

(49) BUJANDA, M.P.: Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas. Pág. 141-ss.

no, no todos los autores están de acuerdo sobre cuál es el más adecuado para descubrir las relaciones matemáticas. Para unos el empleo de material estructurado sería útil para contribuir eficazmente a que el niño comprenda dichas relaciones. Sin embargo, a nuestro juicio antes - de los 7 años, para facilitar el paso a la abstracción que, en definitiva, es uno de los objetivos fundamentales de las matemáticas, debe evitarse el empleo de material - figurativo y concreto que limite o condicione la actividad del niño. Pensamos que el profesor debe valerse de - cuanto material disponga, cuidando, eso sí, de que sea el adecuado para el alumno y la actividad matemática de que se trate y considerando que todo medio que pueda facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos, ha de tenerse en cuenta. Esto lleva consigo el conocimiento de los distintos tipos de material que vayan apareciendo, así como el modo de utilizarlos aprovechando al máximo sus posibilidades.

Entre los materiales didácticos de uso más frecuente y cuyas condiciones formativas están fuera de toda discusión se encuentran:

-Regletas Cuisenaire. Son también conocidas con el nombre de "números en color". La descripción del material su modo de utilización y sus múltiples posibilidades, pueden encontrarse en

el libro de Cattegno, C.: Introducción al método de Cuisenaire - Cattegno de los números en color para la enseñanza de la aritmética. Cuisenaire de España, Madrid, 1963.

Sobre el valor didáctico de este material Puig Adam afirma que "este material constituye por sí solo uno de los ejemplos más significativos de los caracteres de multivalencia y activismo exigibles a todo material didáctico moderno", (50).

-Bloques lógicos. Para Dienes "el número es una abstracción. Los números no tienen existencia real. Los números son propiedades, pero se trata de propiedades relativas a conjuntos, no a los objetos mismos. Por eso existe un mundo intermedio entre el de los objetos y el de los números, a saber, el mundo de los conjuntos... Las relaciones entre conjuntos llevan a consideraciones de orden lógico, mientras que las propiedades de los conjuntos nos conducen a consideraciones de tipo matemático" (51).

---

(50) PUIG ADAM, P.: La matemática y su enseñanza actual. Publicaciones de la D.G. de Enseñanza Media. M.E.C. Madrid, 1960.

(51) DIENES, Z.P.: La Matemática Moderna en la enseñanza primaria. Ed. Teide, Barcelona, 1976, pág. 8.



Para favorecer el desarrollo del pensamiento lógico Dienes propone un material, que tiene su origen en los bloques lógicos utilizados por W. Hull (52).

Las opiniones de Dienes no parecen estar de acuerdo con las de Piaget, sobre ciertos principios psicológicos, ya que según aquél, el niño puede formar conceptos intuitivamente sin darse cuenta de las relaciones existentes entre ellos. Sin embargo, el uso de los bloques lógicos se ha revelado muy útil y los niños, en una gran mayoría de los casos, llegan a elaborar ciertos conceptos debido tanto al resultado de la percepción de las estructuras, como al hecho de haber comenzado a apreciar el valor de sus manipulaciones.

-Bloques aritméticos multibase. Son también de Dienes. El uso de estos bloques multibase permite a los niños captar perfectamente el sentido de la numeración de posición y les pone en contacto con situaciones estructuradas, de tal modo que les es más fácil descubrir por sí mismos ciertas relaciones matemáticas (53).

---

(52) Una exposición detallada del uso de los bloques puede verse en el libro de Dienes: Lógica y juegos lógicos. Ed. Teide, Barcelona, 1976.

(53) Una descripción detallada del empleo de este mate-

-El Geoplano: ha sido ideado por Gattegno y constituye una ayuda para la introducción de muchos conceptos geométricos. Se trata de un material que exige actividad por parte del alumno. Actividad que despierta el interés del niño por las propiedades de las figuras construidas.

El campo de posibilidades del geoplano es muy amplio. Tanto para la descripción del material como para el valor didáctico del mismo, se puede consultar el capítulo escrito por Gattegno en el libro: Le matériel pour l'enseignement des mathématiques, publicado por la Comisión Internacional para el Estudio y Mejora de la Matemática. Ed. Delachaux, Niestlé; Neuchatel, París.

Partiendo de la idea del geoplano otros profesores (Pescarini, Puig Adam, etc.) la aplicaron al espacio dando lugar a los geoespacios. (54) Manipulando este material el niño toma una base experimental diná-

---

(54) PUIG ADAM, P.: "Un nuevo material para la enseñanza eurística". Rev. Enseñanza Media, nº 3, Madrid. En este artículo aparece una descripción detallada de la construcción y múltiples actividades que se pueden realizar, a partir del geoespacio.

mica de las figuras del espacio y de sus propiedades - cultivando con ello su intuición espacial.

Cualquiera que sea el material utilizado, lo importante es facilitar al niño el paso de la acción, a la simbolización y abstracción con el desarrollo de las estructuras operacionales que esto lleva consigo.

Se da una diferencia cualitativa entre una acción concreta, rica en aconteceres para el niño, desarrollándose en el espacio y en el tiempo, y la traducción simbólica de esta misma acción por medio de unos signos despojados de todo valor afectivo. El niño con la numeración se halla en presencia de una abreviación impresionante puesto que la acción concreta, viva, consistente en la manipulación de los objetos, se realiza ahora mediante unos signos que separan los signos numéricos: + , - , = , x , :, etc.

El niño que maneja unas bolas, por ejemplo, las mira, las reparte, ...vive una acción duradera. Todo ello se traduce en una operación aritmética, en algo que no existe en absoluto:  $6-2=4$ , por ejemplo. Esta diferencia entre la acción y la operación es la que desconcierta al niño que no haya alcanzado un cierto nivel de desarrollo.

Solamente a través de muchos ejercicios se establece una relación sólida entre la acción y la simbolización, entre la acción y el conjunto gráfico que la representa.

El niño debe ser capaz, dada una acción concreta simple, de traducirla en términos de operación. Inversamente ante una operación, el niño ha de poder indicar una acción concreta simple que responda a dicha fórmula. Es aquí donde el aspecto "abstracción" es importante, en el sentido en que "abstracción" significa traducción, paso de un plano de la realidad a otro plano de la realidad. Es lo que se llama comprensión de las operaciones.

En resumen, la abstracción es el resultado de un proceso en el que la acción constituye el elemento básico y en el que las estructuras mentales adquieren caracteres flexibles y reversibles por medio de las cuales el niño empieza a comprender las operaciones numéricas y los signos correspondientes.

Es un hecho manifiesto, pues, que el proceso para conseguir los instrumentos básicos en la comprensión de las nociones matemáticas es el de la acción-lenguaje-simbolización. Hemos recalcado la importancia de la acción y su relación con la simbolización. Ahora es

obvio preguntarse cuál es el papel a desempeñar por el lenguaje.

En este aspecto se da una coincidencia en el tiempo entre la aparición de la función simbólica y la aparición del lenguaje; ambas coexisten con la exteriorización de las acciones.

Para Piaget resulta evidente que mientras no han sido elaboradas ciertas estructuras operacionales por el niño algunas estructuras de frases permanecen inaccesibles para él y, en este sentido, las estructuras operacionales y el lenguaje están muy ligadas. Pero no es menos cierto que aunque el lenguaje sea muy pobre en los primeros años acompaña siempre a la acción y a la manipulación y al ser ésta de transcendental importancia para las futuras nociones, es fundamental que el niño aprenda a expresar lo que ha hecho y ha descubierto.

Por consiguiente, en este proceso, el lenguaje no es un simple correlato de la estructura operacional y un refuerzo de la misma, sino un elemento enriquecedor de la acción, un medio de favorecer la reversibilidad, paso de la acción al símbolo, y de éste a la acción, y un eslabón entre la acción sin más y la interiorización de la misma, es decir, de las acciones

concretas del pensamiento.

Hay que tener presente, de acuerdo con Piaget, que el mismo lenguaje está estructurado por una lógica que tiene sus raíces en la coordinación general de las acciones (comprendidas también las conductas verbales) a partir del nivel sensomotor, cuyos esquemas son fundamentales desde los inicios. Este esquematismo continúa desarrollándose y estructurando el pensamiento, en función del progreso de las acciones, hasta la constitución de las operaciones lógico-matemáticas, finalización auténtica de la lógica de las coordinaciones de acciones cuando éstas se hallan en estado de interiorizacion y de agruparse en estructuras de conjunto (55).

El lenguaje, igual que las matemáticas, supone un proceso de simbolización; de ahí la interrelación entre ambos. Precisa también de un proceso que va en íntima relación de la acción y la simbolización propia a la realidad objetiva.

Hemos puesto de relieve la dificultad que tienen los niños con el lenguaje utilizado en las matemáticas cuando su nivel de desarrollo no ha asimilado el -

---

(55) PIAGET, J., INHELDER, B.: Psicología del niño. - Pág. 97.

significado objetivo del mismo. En este sentido, cabe señalar el papel verbalista y memorístico de la enseñanza, pero que paradójicamente desatiende el valor del lenguaje. Se le hace aprender al niño definiciones y términos nuevos sin que tengan una verdadera comprensión de su significado, sobre todo, en aquellos casos en los que la insuficiencia del lenguaje va unida a un desconocimiento del esquema corporal y desorientaciones en la estructuración espacio-temporal.

Estamos de acuerdo con Ablewhite cuando dice que "no encuentra diferencia entre una clase tradicional cantando el seis por siete, cuarenta y dos; seis por ocho, cuarenta y ocho; y una clase de otra escuela recitando que un conjunto es una reunión de objetos tal que cuando uno de ellos se opone a la regla general, ésta se sigue cumpliendo cabalmente. (Esta preciosidad la hemos oído recientemente en un aula, y sirve de advertencia de como un profesor irreflexivo puede hacer lo nuevo aún más rígido e inútil que lo viejo). Solamente cuando el profesor piense por sí mismo las matemáticas se convertirán realmente en una aventura viva en el mundo de las ideas" (56).

---

(56) ABLEWHITE, R.C.: Las matemáticas y los menos dotados. Morata, Madrid, 1971, pág. 11.

Los diferentes conceptos que el niño va adquiriendo a través de las acciones tendrán que ser expresados en un lenguaje que refleje el contenido de los mismos y desde el momento en que se construyen las estructuras operacionales, el lenguaje interviene para reforzar su adquisición y, al mismo tiempo, extender el campo de su aplicación.

Resulta evidente, por consiguiente, que estructuras operacionales y lenguaje están estrechamente ligados, y que no puede hablarse de unas sin referirse también al otro. Es más, pedagógicamente, si la manipulación es fundamental, será siempre necesario que el niño pueda expresar lo que ha hecho y lo que ha descubierto.

Y hemos indicado que, para que una estructura elemental contenida en la acción llegue a ser operativa es preciso que se proyecte en el plano de la representación mental, de la simbolización. Independizándose de los objetos, el niño va consiguiendo a través de la representación mental cierta movilidad, que se vuelve reversible para las operaciones. Pero esta representación mental resulta difícil para el niño, puesto que es necesaria para la transformación de las acciones en operaciones y la expresión verbal correcta no puede darse más que cuando la estructura ha sido elaborada.



El hecho de que se prepare al niño para expresar las distintas estructuras, los conceptos inherentes a las mismas y sus formas de operatividad, facilita de forma directa para la comprensión de las operaciones y de los problemas. Cuando el niño es entrenado desde un principio a construir tales estructuras y expresarlas en el lenguaje corriente, podrá reconocerlas después en un problema.

El lenguaje de la matemática moderna exige - una atención especial porque los términos que emplea - están más alejados del uso normal y su significación - aunque recojan relaciones elementales resultan más difíciles para los niños, precisamente, por el carácter abstracto que presentan.

En resumen, el camino a seguir, en el desarrollo de los conceptos y estructuras matemáticas para la comprensión del número y sus operaciones, es necesariamente el indicado por Goutard: Acción-lenguaje-simbolización, y nunca a la inversa.

Una vez que el niño llega al dominio de la simbolización fácilmente puede expresarla por escrito. De hecho cuando no sabe expresar por escrito un concepto matemático, la dificultad más frecuente no radica - en los símbolos, sino en el hecho de que no posee el -

concepto, o lo tiene mal concebido. De ahí que Goutard afirme: "toda escritura remite a una lenguaje y todo - lenguaje remite a la realidad que expresa; o sea, es - necesario pasar de la realidad al lenguaje y del lenguaje a la escritura. La escritura no puede construirse hasta que se sepa expresar algo, pero para expresar al go es necesario tener algo que decir, es decir, haber captado algunos aspectos de la realidad, cualquiera que sean" (57).

El niño, pues, no solo ha de desarrollar y - asimilar unos conceptos, sino también tendrá que saber expresarlos y reconocerlos por medio de la simbolización correspondiente.

---

(57) GOUTARD, M.: Les enfants et les mathématiques. - Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1967, pág. 42.

## V. NOCIONES BASICAS Y RAZONAMIENTO MATEMATICO

### 1. EL APRENDIZAJE DE LAS NOCIONES BASICAS

Ya hemos indicado cómo las nociones que van a dar lugar al razonamiento matemático, así como los procesos mentales de análisis, síntesis, simbolización, - abstracción, etc., tenían su punto de partida y primer desarrollo en la actividad psicomotriz, cuyos aspectos más esenciales quedaron expuestos en el capítulo anterior. Ahora vamos a tratar de un conjunto de nociones - básicas y de conceptos sin los cuales, como hemos comprobado, no es posible que el niño sea capaz de dominar las operaciones numéricas ni de comprender su significado. Sin ellas el niño puede contar memorísticamente, pero no es capaz de aplicar tales vocablos a los objetos ni de realizar operaciones con ellos.

En la adquisición de estas nociones la actividad psicomotriz sigue teniendo una función fundamental y en la medida en que se van constituyendo las estructuras representativas y mentales se desarrollan las nociones específicas del razonamiento matemático.

Hemos comprobado que cuando el niño presenta dificultades y fallos en el aprendizaje del cálculo es porque, entre otros factores, en su desarrollo psicomotor, algunas etapas han sido saltadas, no están desarrolladas o simplemente existen conceptos que se dan por supuestos y, sin embargo, no han sido adquiridos y asimilados por el niño correctamente.

Será preciso, pues, que tanto en la recuperación como en el desarrollo normal, el niño consiga la maduración de los distintos aspectos y adquiera una seguridad y dominio de los conceptos y nociones inherentes a cada nivel, de manera que a medida que pasando de unos niveles a otros las nuevas adquisiciones no le supongan una dificultad o un obstáculo insalvable sino un progreso gradual y efectivo.

No pretendemos ofrecer una didáctica de las matemáticas, sino sólomente indicar algunos de los procesos a seguir para evitar las dificultades y los fracasos que hemos podido identificar.

En este sentido, en primer lugar, hay que señalar como consecuencia lógica de lo indicado hasta el momento que la educación en la etapa pre-operatoria, ha de ser una educación del ser entero a través de su cuerpo, es decir, una educación sensomotriz (1).

Los objetivos básicos a conseguir por esta -  
educación psicomotriz, en términos generales, serían:

-Llegar a un conocimiento del esquema corpo-  
ral con todas las características que hemos  
señalado al tratar de este concepto en la -  
educación sensomotriz.

-Mejorar la organización perceptiva.

-Posibilitar el ejercicio de la atención.

-Controlar las diversas coordinaciones.

-Adaptarse a las condiciones del espacio y -  
del tiempo desarrollando los conceptos de -  
la estructuración espacio-temporal.

-Controlar las acciones con los demás.

Así pues, queda claro que no se reduce a un  
simple ejercicio de esquemas sensomotores, sino que son  
ejercicios con fines educativos que tienen una inten-  
cionalidad. A saber:

---

(1) VAYER, P.: El diálogo corporal. Pág. 48.

- a) Reforzar la unidad funcional de la que hemos partido desde el principio.
- b) Enriquecer el yo personal.
- c) Preparar y establecer los fundamentos firmes para las futuras nociones operatorias.

Hemos indicado en la parte teórica que la noción de número era propia de las operaciones concretas del pensamiento. También indicamos que antes de entrar en los signos numéricos, el niño debe haber adquirido una serie de nociones fundamentales que le permiten - comprender tales signos y le capaciten para los mecanismos de las operaciones. Dichas nociones necesitan - una actividad real en contacto con los objetos y realidades. Ahora bien, tales actividades ejercidas sobre - los objetos no son acciones arbitrarias y desconectadas de una intencionalidad. Son acciones que se producen dentro de una actividad educativa. Y para Vayer - "situación educativa" es una situación "reforzada", es decir, que a través de la acción el adulto se propone un objetivo, guiando o dejando al niño que lo descubra (2).

---

(2) Ibídem, pág. 50.

De lo que se deduce que es el educador el que tiene que ofrecer al niño el conjunto de estímulos que presenta un problema a resolver y a esto se le llama si tuación educativa. Dentro de ella se puede decir que - un ejercicio es bueno si estando al alcance del niño, solicita de esta participación y esfuerzo, en la que - el interés no excluya para nada el esfuerzo, sino que, al contrario, lo suscita.

Esta situación educativa es provechosa siempre que tenga en cuenta una serie de variables:

-Relación entre el nivel de maduración que - exige las nociones y operaciones a realizar y el grado real de madurez que el niño posee. Hemos encontrado muchos casos en los - que al niño se le exigía por encima de su ni vel de desarrollo produciendo un desconcier to y rechazo que se traducía a veces en un auténtico bloqueo psicológico.

-La presencia de los intereses del niño. Una acción no puede ser intencional si no se - encuentra y para ello la acción ha de contar con las necesidades e intereses del niño.

De ahí que Vayer afirme que "lo que verdaderamente importa es la forma en que el niño vive una situación, las cuestiones que plantea, la manera de abordar las dificultades, el esfuerzo que hace, etc." (3).

De todo ello se deduce que resulta imprescindible el que las situaciones educativas no olviden que la educación de un niño en la etapa pre-operatoria ha de ser una educación del ser entero a través de su cuerpo es decir, una educación psicomotriz en la que podemos distinguir dos niveles a la hora de llevarla a cabo:

-El de la conciencia y el del conocimiento.

El niño aprende a conocer las diferentes partes de su cuerpo, a diferenciarlas y a sentir su papel.

-El del control de si mismo, que le permite llegar a la independencia de sus movimientos y a la disponibilidad de su cuerpo con vistas a la acción.

---

(3) Ibidem, pág. 50.



Una vez definidos los objetivos fundamentales y más generales y buscada la situación más adecuada es muy importante la utilización del mayor número posible de sensaciones y una asociación entre todas ellas: táctiles, cinestésicas, visuales, auditivas, etc.; ya que es así como funciona el organismo, como totalidad, o mejor dicho, como globalidad. Es más, según Piaget, es así como funciona la inteligencia desde su nivel sensomotor: "La inteligencia sensomotriz no deja de resolver un conjunto de problemas de acción, construyendo un complejo sistema de asimilación. Ahora bien, a falta de lenguaje y de función semiótica, esas construcciones se efectúan apoyándose exclusivamente en percepciones y movimientos, esto es, mediante una coordinación sensomotriz de las acciones" (4).

Esta actividad organizadora del sujeto que es global, como indica Piaget, en los dos primeros años, lo sigue siendo cuando el niño entra en estructuras más complejas de la inteligencia representativa, intuitiva, y por tanto, no se puede olvidar a la hora de determinar la situación donde se vayan a producir los conocimientos.

---

(4) PIAGET, J.; INHELDER, B.: Psicología del niño, pág. 16.

El concepto de número y las operaciones realizadas con los números antes de ser una actividad intelectual son ante todo acción y movimiento. De hecho - las bases del cálculo se crean gracias a la actividad real del niño: agrupaciones, conjuntos, etc. y en toda operación se ve implicado el movimiento. En este sentido, resulta interesante comprobar que los términos empleados en el aprendizaje tradicional del cálculo con términos de movimiento: "Yo pongo, quito, tomo, me llevo, etc. y están ligados a una acción personal.

Ahora bien, si toda acción implica movimiento, es por el movimiento, es decir, por una actividad real ejercida en el mundo de los objetos, cómo el niño puede llegar a las nociones fundamentales que le permitan adquirir el concepto de número y de las matemáticas.

Pero antes de señalar las nociones concretas a conseguir es preciso señalar que en todo este proceso existen además de la acción externa unos procesos internos que aunque sea superficialmente conviene indicar.

## 2. NIVEL SUBJETIVO DE LAS NOCIONES PROPIOCEPTIVAS

Las nociones que aquí se tratan y que son no

De lo que se deduce que la educación psicomotriz va mucho más allá de una simple educación externa y superficial del movimiento. Tiene que plantearse necesariamente de dentro a fuera no olvidando ninguno de estos niveles, porque es precisamente a partir de ellos cómo se va a lograr un auténtico conocimiento del esquema corporal que es lo que interesa primordialmente, ya que constituye el eje de la educación psicomotriz y la base de las nociones psicomotrices.

Un estímulo interoceptivo, expresión de una necesidad fisiológica, o un estímulo cinestésico o cenestésico, al mismo tiempo que desencadena una reacción de movimiento, de respuesta, enriquece cada vez más el estímulo que se torna más rico en carga informativa, más orientativo para el sujeto.

Esta especie de retroalimentación a nivel profundo a la vez que hace madurar los niveles implicados, como indicamos antes, sirve para que el sujeto se vaya reconociendo a sí mismo en medio de esos estímu-

---

(5) MORIN, G.: Fisiología del sistema nervioso Toray-Masson, Barcelona, 1974, pág. 87.

los y respuestas; vaya tomando sus puntos de referencia, su orientación a partir de los distintos receptores de que dispone: exteroceptores, interoceptores y propioceptores (5).

A través de esta riqueza informativa que partiendo de la procesualización de los receptores somático-visceral se hace cada vez más precisa en los niveles superiores o cefálicos (7), el organismo va disponiendo de sus propios sistemas de comparación. El organismo para lograr la integración de los distintos niveles pasa al principio por una etapa de acople por medio de un mecanismo de ensayo y error. Al final, después de una infinidad de estimulaciones a todos los niveles, toma como modelo patrones comparativos asimilados desde dentro y que suponen ya la integración de los niveles implicados.

Existen diversos patrones comparativos: delante-atrás, rápido-despacio, derecha-izquierda, arriba-abajo, etc. Por supuesto, estos patrones relacionan a su -

---

(5) PEREZ Y PEREZ, D.: Fundamentos neurológicos de la conducta. Ed. Castillo. Madrid, 1978, pág. 61.

(7) Ibidem. pág. 287.

vez multitud de sensaciones: táctiles, cenestésicas, ci nestésicas, visuales, auditivas, etc.

De todo ello se desprende fácilmente la ampli tud de la educación psicomotriz: abarca tanto la senso- motricidad, como la visceromotricidad, etc.

A este respecto Ajuriaguerra considera que no se puede comprender la actividad psicomotriz si sólo se tiene en cuenta el Sistema Piramidal y el Extrapirami- dal. Para él el desarrollo psicomotor pasa esquemática- mente por diversas fases:

- 1ª. Organización del esquema motor.
- 2ª. Organización del plano motor.
- 3ª. Automatización de lo adquirido.

#### 1ª. Fase: Organización del esquema motor

Según Ajuriaguerra comprende la organización tónico-fondo, la organización propioceptiva y la desa- parición de las reacciones primitivas. Esta primera fa- se no es exclusivamente refleja. El ser humano nace - con sólo las condiciones anatomofisiológicas de sus re flejos; para pasar a actos el hombre ha de sentir la - necesidad y la resistencia del medio en forma de estí- mulos procedentes del exterior, estímulos que vienen a

quebrantar su equilibrio organizativo (8).

Para Piaget, sin embargo, la actualización de las actividades reflejas se debe al mecanismo de la asimilación y la acomodación al medio en cuanto se ponen en funcionamiento.

#### 2ª. Fase: Organización del plano motor

En esta fase se pasa de la integración sucesiva a la integración simultánea. "La melodía cinética se caracteriza por una movilidad, perfeccionada espacio-temporalmente, de formas que crean al deshacerse y al rehacerse. Pasamos del plano metamérico a una labilidad funcional que al desarrollarse pone sus propios cimientos en relación con el funcionamiento plástico de las formas anatómicas y con un plano gnóstico y social descubierto" (9).

En esta segunda fase estarían implicados los fenómenos informativos que a nivel profundo establecen las bases de los patrones comparadores de nociones psicomotrices.

---

(8) AJURIAGUERRA, J.: Manual de psiquiatría infantil. Toray-Hessson. Barcelona, 1977, pág. 311.

(9) Ibidem, pág. 213.

### 3ª. Fase: Automatización de lo adquirido

En esta fase el tono y la movilidad no están aislados. Esta se enriquece mediante condicionamientos e inhibiciones propios o ajenos al sistema. El aspecto psicomotor dependerá de la forma de maduración motora (en su sentido neurológico) pero también de la forma - de desarrollarse lo que podemos llamar sistema de referencia, a saber: el plano constructivo espacial, originado por la sensomotricidad, la evolución de los planos perceptivo y corporal.

En los primeros meses de la vida del niño la capacidad motriz está muy frenada por la hipertonía y la falta de madurez que obstaculizan la disociación de movimientos. La evolución motora corre paraje a las posibilidades madurativas: desaparecen los primitivos reflejos y aparecen la acción extensiva de la mano, rotación de muñeca, etc.

Durante algún tiempo los problemas de maduración tendrán capital importante. Fuerza, rapidez y precisión, dependerán del grado de madurez, de la regulación del movimiento, de la progresiva cronometría y de la capacidad inhibidora sincinética.

Antes que el acto adquiriera una total perfec-

ción se desarrolla ya especialmente en un terreno libre y no organizado inicialmente con unas orientaciones y, finalmente, en un campo representado. En los primeros movimientos el niño es impulsado a un campo, cuyos límites de desplazamiento le son impuestos; después se formará su propio campo a través de su actuación y lo organizará al ir ocupando los diversos lugares respecto a los objetos. El movimiento y los contactos le permitirán explorar fuera del campo, con lo que se descubrirá el espacio circular.

Ahora bien, la referencia al cuerpo únicamente existe en la medida que lo posee, ya que el esquema corporal no es un dato sino una práctica que va evolucionando con la exploración y la imitación.

De lo que se deduce que sería un verdadero error estudiar la psicomotricidad tan sólo en su plano motor. Esto llevaría a estudiarla como una simple función instrumental puramente realizadora y dependiente de la puesta en marcha de unos sistemas por una fuerza que le es extraña.

### 3. NIVEL OBJETIVO DE LAS NOCIONES

#### a) Nociones espaciales



Como dato importante antes de indicar las no ciones espaciales concretas previas al aprendizaje del cálculo, diremos que lo más relevante en las situaciones educativas que se proponen, son las nociones que se desprenden de los diferentes ejercicios y no el éxito del ejercicio en cuanto tal. Por eso afirma Vayer - que una situación de ejercicio es buena si, manteniéndose dentro de las posibilidades del niño, implica de parte de éste un cierto esfuerzo y si el niño es capaz de reflexionar sobre su acción y sobre los resultados de la misma (10). Por tanto, la situación elegida habrá que agotarla al máximo recurriendo a la intervención del mayor número de sensaciones, siempre en función de la noción a adquirir.

Dentro de las condiciones que se requieren para una buena organización espacial está la capacidad de tomar conciencia de su propio cuerpo. Supone el conocimiento de su cuerpo, ya que toda organización espacial está cimentada sobre la estructura del esquema corporal.

En este sentido el conocimiento que el niño - tenga de derecha-izquierda, arriba-abajo, delante-atrás

---

(10) VAYER, B.: El niño frente al mundo , pág. 112.

etc. referido a su propio cuerpo, lo proyectará en su conocimiento de realizaciones espaciales en general. Es como si en relación al cuerpo se estableciesen todos los objetos en el espacio.

Al principio la orientación del espacio no se puede separar de su propio cuerpo, es decir, conocerá la situación de las diversas partes del cuerpo en relación al eje de simetría y la situación de los objetos con relación al mismo eje. De esta manera hasta que el niño no sea capaz de analizar su propio cuerpo y sus propiedades y hasta que sus límites hayan sido suficientemente experimentados, no podrá analizar las relaciones entre los objetos ni transferir el conocimiento de sí mismo al conocimiento del otro y organizarse con relación a él.

La organización del espacio supone, pues, un proceso de descentración. Poco a poco, una buena organización espacial exige más; exige orientación a otra persona, a otros objetos, de los objetos entre sí, etc.

Este proceso de descentración corre parejo al paso del estadio pre-operacional que, según Piaget, entraña "el paso de un estadio inicial en el que todo está centrado en el cuerpo y la acción propia, a un estadio de descentración en el que estos están situados en

sus relaciones objetivas con relación al conjunto de - los objetos y de los actos señalados en el universo. - Esta descentración -sigue diciendo Piaget- necesaria - para desembocar en la constitución de las operaciones no recaerá ya en un universo físico, sino también y de manera indisociable sobre un universo interindividual y social" (11).

Un universo que no es físico pero sí interindividual y social es precisamente el universo de los - números. Con los números se operan se suma, se resta, etc., y todas estas operaciones llevan consigo unas nociones espaciales que cuando el niño no las domina surge la dificultad y el fracaso. Sumar significa juntar y es esencialmente una operación de reunir. Restar significa separar y considerar al mismo tiempo el todo y la parte. Multiplicar significa también juntar pero de una manera más complicada que la suma. Es una adición abreviada de números iguales.

Estas operaciones implican, pues, nociones - espaciales que el niño ha tenido que vivenciar mucho - antes de haberse iniciado en el cálculo y en el meca-

---

(11) PIAGET, J., INHELDER, B.: Op. Cit. pág. 84.

nismo de las operaciones. Por eso antes de cualquier estudio matemático, es necesario que el niño sea consciente de lo que una operación de agrupamiento o de separación representa en el plano concreto, es decir, en el plano de su experiencia personal.

Pero además de estas nociones que pertenecen al significado mismo de la acción de sumar, restar, etc., existen otras nociones implicadas en el grafismo de las operaciones de gran significación para la operación con los números. Entre ellas está la disposición de las cifras que tiene una importancia relevante. Los números se escriben de izquierda a derecha y, sin embargo las operaciones se realizan de derecha a izquierda. Esto supondrá una buena asimilación y estructuración tanto del espacio como de estas mismas nociones.

En la resta el orden de las cantidades, arriba-abajo, es esencial, ya que la sustracción no es comutativa.

En la división ya hemos constatado que todo esto adquiere un grado mayor de complejidad.

En la numeración decimal la dificultad aumenta y, según sea la colocación de los números, la lectura

ra de los mismos varía. Las cantidades se escriben de izquierda a derecha, pero según su situación en el espacio el número representará la unidad, la decena, la centena, etc.

El objetivo, entonces de la educación psicomotriz en el período pre-operatorio es conseguir este conjunto de nociones espaciales básicas para las futuras nociones operatorias.

Las nociones básicas más importantes serían: Delante-atrás; derecha-izquierda; anterior-posterior; arriba-abajo; dentro-fuera; lejos-cerca; desde-hacia; derecho-torcido; abierto-cerrado; etc.

Las situaciones que vamos a describir son meramente indicativas, ya que el conjunto de actividades que se pueden elegir para adquirirlas son múltiples y en cualquier manual de educación psicomotriz se pueden encontrar una descripción detallada de las mismas (12).

---

(12) En la obra de LAPIERRE, A. y AUCOTURIER, B.: "Los contrastes y el descubrimiento de las nociones básicas". Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1977, se encuentran ejercicios detallados sobre estas y otras nociones.

Para conseguir que el niño se familiarice con las nociones indicadas no es necesario mucho material. Con unos simples aros, trozos o tacos, servirán para - que el niño se convierta en el rey de la acción y del movimiento. Saltará y se sentirá dentro de los aros; - fuera de ellos, a la derecha, a la izquierda, cerca, lejos; los podrá colocar muy juntos y también muy separados, etc.

Estas mismas nociones las podrá vivenciar - con sus compañeros y con los objetos. Señalará al compañero más próximo, al más distante; dirá quien está - delante; quien a su derecha; quien a su izquierda; quien a su lado; quien detrás, etc.

Con ejercicios semejantes se podrá partir de una idea que habrá que poner en funcionamiento. Colocar se lo más alejado posible de un objeto, colocarse frente a un compañero; ir de un lugar a otro recorriendo - el menor espacio posible, etc.

También se pueden realizar ejercicios con las dos manos, lanzándole con la derecha, con la izquierda; realizando lanzamiento desde lejos y luego desde cerca (noción de trayectoria).

Todos estos ejercicios y cualquier otro que

se realice, en el mismo sentido, son de una gran importancia y riqueza educativa, porque a la vez de significar una adaptación espacial, significan una coordinación ideomotriz, es decir, la representación mental de los gestos a cumplir para conseguir el acto deseado. De todas formas en el plano educativo, los diversos ejercicios no revisten todos el mismo interés, de ahí que sea necesario elegir entre los más eficaces.

Otra de las nociones a las que el niño por el movimiento y mediante la integración del mayor número posible de sensaciones, donde las interoceptivas ocupan un lugar preponderante, es la noción de superficie. Para conseguir esta noción son muchas las situaciones educativas que pueden servir. Desplazándose, por ejemplo, todos los niños en línea, en columna, ocupando todos los rincones del espacio, etc. Teniendo todos los niños un taco o un balón se invita a que se dispersen y ocupen todo el espacio, después una parte, la mitad etc...

De esta manera los ejercicios resultan muy ricos en acciones táctiles y tactilocinestésicas, que hacen que la integración de esta noción sea profunda y de gran valor psicomotor.

De forma parecida se va consiguiendo las no-

ciones de distancia a través de todos los tipos de lanzamientos, por ejemplo, de la pelota contra la pared, de cerca, de lejos, ...y lo mismo con la noción de intervalo a base de ejercicios en los que se colocan los tacos con intervalos cortos, largos o efectuando desplazamientos a base de pasos cortos, largos, etc.

Con todo ello, desplazándose y moviéndose en el espacio y representando gráficamente los desplazamientos, verbalizando al mismo tiempo las nociones implicadas: arriba-abajo; delante-atrás; juntos-separados; cerca-lejos, ...el niño va integrando y asimilando el espacio por movimientos, respuestas y estimulaciones - que unas veces van de dentro a fuera y otras de afuera a dentro en una especie de feed-back.

En todo este proceso es importante atender a la adquisición del lenguaje. El niño debe poseer el término adecuado a cada concepto. De ahí, la necesidad de verbalizar cada una de las nociones que se van adquiriendo a través de los diferentes ejercicios.

Todo este proceso irá al mismo tiempo favoreciendo la descentración necesaria para la adquisición de las operaciones concretas del pensamiento. Descentración porque para la orientación espacial ya no será solamente el propio cuerpo el punto de referencia, sino



también los demás compañeros y los objetos situados en el mismo espacio que el niño.

Por otra parte, se manifestará el carácter relativo de las nociones espaciales respecto del movimiento. En este sentido, el niño comprobará que lo que estaba a su derecha puede estar a su izquierda, y lo que estaba delante por un simple cambio o movimiento puede aparecer detrás.

Al mismo tiempo que se van realizando los distintos ejercicios para adquirir las nociones correspondientes es necesario que después de cada ejercicio activo se realice la simbolización del mismo. Simbolización de la noción derecha-izquierda, de los recorridos, de los desplazamientos, etc.

Resulta también de una gran riqueza el proceso inverso; después que los ejercicios activos han sido realizados y asimilados, se parte del símbolo y se realiza la acción. Se ejercita así en una reversibilidad un tanto precaria pero muy interesante para la formación de la reversibilidad operatoria y para la no ción de número.

#### b) Nociones temporales

Para Piaget, el tiempo no se ve ni se per-

cibe jamás como tal, puesto que contrariamente al es pacio o a la velocidad, aquél no entra en el dominio de los sentidos.

Prescindiendo del tiempo psicológico (noción de edad, duración interior), la educación psico motriz limita su acción a la adquisición y perfeccionamiento de las nociones fundamentales del tiempo fí sico que, como ya hemos indicado resultan también im prescindibles para el concepto de número y de las - operaciones matemáticas.

La educación psicomotriz se propone dar - esencialmente una base lógica a la organización de - las relaciones temporales -verdadera gramática del - tiempo- a través de la representación mental de los momentos clásicos del tiempo y de sus relaciones recíprocas y, progresivamente llegar a los diferentes elementos que entran en el concepto de tiempo, tales como velocidad, duración, sucesión, simultaneidad, - etc.

Según Vayer el tiempo para el niño, a - igual que las nociones espaciales está vinculado a su vivencia corporal. Es, por tanto, jugando con su cuer po y multiplicando las sensaciones de contacto pre sión, audición, etc. como tomará conciencia del desa-

rrollo de sus acciones en el tiempo (13).

Ya hemos indicado que la educación psicomotriz era algo más que una simple educación externa y superficial del movimiento; tenía que plantearse de dentro a fuera, no olvidando los niveles propioceptivos e interoceptivos que están implicados en la psicomotricidad. Así, por ejemplo, en la marcha la información sobre su verificación: lenta, rápida..., no la dan exclusivamente los sentidos externos como la vista, la audición, etc., sino que en su mayor parte esa información es de carácter propioceptivo y cinestésico. Serán los estímulos propioceptivos despertados por la respuesta motriz los que informan al sujeto sobre la modalidad de sus desplazamientos: muy lento, -veloz, más rápido, etc.

Precisamente a partir de esa información propioceptiva es como el sujeto va estableciendo sus propias coordenadas, sus propios puntos de referencia, donde más tarde encuadrará las nociones espacio-temporales. Por ejemplo, partiendo de la actividad locomotriz el individuo se crea sus propios patrones propio

---

(13) VAYER, P.: El diálogo corporal. Pág. 123.

ceptivos: rápido, lento, despacio, deprisa, etc. Luego comparará este patrón con actividades locomotrices propias o ajenas. De este modo las va ajustando hasta poseer con dominio las diferentes nociones.

En la educación psicomotriz, se buscarán, - por tanto situaciones en las que el niño experimente a través de su cuerpo y por una vivencia directa las nociones temporales como: lento-rápido; despacio-deprisa; continuo-discontinuo; largo-corto; antes-ahora-después, etc.

Además de estas nociones básicas de carácter temporal el niño se irá familiarizando con nociones rítmicas más elementales como son: regular-irregular, estímulo acústico-respuesta-acústica; asociación de ritmo con estructuras espaciales; tiempos fuertes y tiempos débiles...

Para estas nociones temporales y rítmicas - el organismo dispone de un punto de referencia fisiológico simple y sencillo, que se puede considerar la - base fisiológica de estructuras rítmicas y temporales más complejas: Estos puntos de referencia podrían ser: sístole-diástole; inspiración-espирación; contracción-relajación, etc.

Ahora bien las nociones temporales no se dan en el niño con independencia de otras nociones, sobre todo, las espaciales. Será, pues, en un contexto espacial cómo llegará el niño a las nociones temporales.

#### NOCION DE VELOCIDAD

En primer momento la noción de velocidad está estrechamente ligada a la acción del niño. Será desplazándose en el espacio cómo el niño comprobará su velocidad; irá más rápido, lento, deprisa, etc.

En segundo lugar, comparará distintas velocidades en sus compañeros: el que más rápido, el que va más lento, etc. Asociará también velocidades con espacios recorridos. Así el que va más rápido tardará menos tiempo en recorrer un espacio. Partiendo de un mismo punto el que va más deprisa llegará antes a la meta.

Las situaciones se pueden variar permaneciendo los mismos objetivos. Se pueden utilizar pelotas, balones, que los niños lanzarán de modo que vayan más rápidos, lentos, a la misma velocidad..., siendo estos ejercicios muy valiosos para conseguir una coordinación dinámica general, coordinación dinámica del uso de sí mismo y control del movimiento.

En otras ocasiones el niño tendrá que comprobar distintas velocidades llevadas a cabo por él mismo, por otros compañeros o por los objetos utilizados, estableciendo comparaciones y pudiendo establecer series de velocidades de mayor a menor o viceversa, deslizándose hacia atrás, hacia adelante; deslizándose en línea a velocidades diferentes.

En todos estos ejercicios, igual que ocurría con otras nociones, es conveniente que se lleven a cabo con instrucciones precisas y que el niño utilice con precisión los términos de uso común relativos a estas adquisiciones. Ha quedado constatado la gran dificultad que presentan las nociones de velocidad a la hora de solucionar problemas.

#### NOCION DE DURACION

Para la adquisición de esta noción son eficaces los ejercicios resultantes de la emisión de sonidos. Se puede empezar por un sonido que el mismo niño emite y que directamente experimentará. Dicha percepción es determinada en gran parte por los estímulos propioceptivos. Por lo tanto, habrá que utilizar este tipo de estímulos en la adquisición de esta noción.

El niño se ejercitará en la emisión de sonidos experimentando que en unos la duración es mayor que en otros. Igual que en las nociones espaciales, resulta muy útil y práctico hacer una transcripción gráfica. Un niño o el profesor emite un sonido, los demás presentan mediante una línea o cualquier otro símbolo elegido por ellos, su duración. Puede comparar duraciones distintas y establecer series de mayor a menor o viceversa.

También se puede emplear ejercicios de movimientos con marcha viva, marcha lenta..., con acompañamiento sonoro. O comparando y explicando la comparación de dos desplazamientos sucesivos, etc.

#### NOCION DE SUCESION

En la adquisición de esta noción se pueden utilizar ejercicios de desplazamientos: un niño tras otro, señalando con una palmada o con un sonido de voz, el punto de partida y el punto de llegada, el principio y el final. También se puede echar un balón a rodar por el suelo, señalando el punto inicial y el punto final de recorrido. Se lanza el balón hacia arriba, señalando el punto de partida, el momento en que alcanza la mayor altura y el retorno al punto de partida.

Un complemento muy útil a estos ejercicios de simbolización de las sucesiones en el sentido en que se hayan realizado: de izquierda a derecha, de abajo-arriba, de atrás hacia adelante, etc.

En relación a las nociones de sucesión están las nociones de los momentos del tiempo: antes, después, el presente, el instante, el momento justo.

Para adquirir estas nociones el educador puede ir de un punto a otro (de A a B) y el niño golpea con las manos en el momento en que el profesor pasa por delante de un objeto concreto. También puede realizar un gesto, un grito, levantar el brazo izquierdo, el brazo derecho, los dos antes de pasar por un determinado lugar, después de haberlo pasado o en el mis-  
mo momento que pasa por delante por detrás de dicho lugar u objeto.

Los mismos ejercicios pueden asociarse también al sistema de ordenación ordinal: primero, segundo, tercero, cuarto, etc...

#### NOCION DE RITMO

A la hora de tratar de esta noción hay que tener en cuenta que la misma se desprende de la inte-



gración de las referencias espaciales y temporales. - Por consiguiente, estos aspectos complementarios de la educación perceptiva deben de ser educados en forma - paralela.

De la misma manera que construcción progresiva de las relaciones espaciales se elabora en dos - planos bien distintos: plano perceptivo y plano representativo, parece también que se debe establecer una - relación entre el sentido del ritmo (sentido fisiológico) y el sentido de las relaciones en el tiempo (sentido psicológico), es decir, entre la actividad rítmica y la organización de las relaciones en el tiempo (14).

De hecho se puede observar que no parece haber verdaderas relaciones entre la capacidad de sentir, de comprender, de transcribir las relaciones en el tiempo y la ejecución del movimiento con un ritmo dado. Son dos elementos diferentes de la actividad - psicomotriz que pueden coexistir, pero no necesariamente.

Por otra parte, "en las formas rítmicas hay siempre dos componentes: una periodicidad que se refle-

---

(14) PICQ, L. y VAYER, P.: Educación psicomotriz y re-

ja por la vuelta y repetición de grupos idénticos o -  
análogos y una estructuración que va desde la colec-  
ción en el caso de elementos idénticos de duración, -  
calidad e intensidad, a las estructuras de ritmo poé-  
tico o musical" (15).

Se puede decir, pues, que hay una estructura  
rítmica, y de forma general ritmo, cuando se elaboran  
ciertas organizaciones en armonía con la periodicidad.

La regularidad rítmica tiene como efecto el  
engendrar una inducción motriz e implica una acción -  
kinestésica. La regularidad engendra movimientos o es-  
bozos de movimientos que se armonizan con la percepción.  
Este movimiento es ya una fuente de satisfacción sumi-  
nistrando una excitación fácilmente mantenida y que au-  
menta por la armonía existente entre lo perceptivo y -  
lo motor.

De acuerdo con todo lo indicado anteriormente  
se puede pasar de la sucesión espacial a la sucesión tem-  
poral. Se puede partir de una sucesión espacial y el ni-

---

traso mental. Pág. 27.

(15) DEFONTAINE, J.: Manual de reeducación psicomotriz.  
Pág. 157.

ño la interpretará señalando los tiempos fuertes y débiles. Se puede partir también de una estructuración temporal. Entonces el niño transcribirá espacialmente la misma indicando los tiempos fuertes y débiles, las pausas, los intervalos, etc...

Los ejercicios rítmicos son educativos cuando hacen intervenir la atención del niño para seguir la cadencia impuesta y resultan interesantes porque permiten en un ejercicio de marcha, por ejemplo, materializar la sucesión temporal y sus variaciones.

Pero el verdadero interés de la actividad rítmica reside en otro aspecto: por el ritmo el niño adquiere flexibilidad, relajamiento, independencia, elemento indispensable de la soberanía motriz.

De este modo el ejercicio del ritmo al intervenir para liberar los distintos miembros del cuerpo forma parte de la base de los ejercicios de coordinación de los miembros superiores que intervienen en el grafismo, la escritura, etc...

Al finalizar esta etapa el niño mediante la educación adecuada de todos los aspectos señalados ha puesto en juego todas sus posibilidades corporales; progresivamente se va conociendo mejor a sí mismo, re-

conociendo mejor las sensaciones procedentes de las distintas partes del cuerpo. Poco a poco se ha ido haciendo más sensible a las estimulaciones exteroceptivas, - interoceptivas y propioceptivas, y gracias a la información que éstas le han proporcionado, enriquecida por la información ocasionada por la respuesta, el niño va adquiriendo una serie de nociones que constituyen el fundamento de las futuras operaciones.

En este sentido, conviene recordar las palabras de Piaget: "antes de que se constituyan las operaciones del pensamiento, la acción entera es la que desempeña la función de orientación y las estructuras sensoriomotrices constituyen la fuente de las posteriores operaciones del pensamiento" (16).

Sin embargo, tan importante como la adquisición de las nociones preo-operatorias que hemos indicado, es que el niño se familiarice con los signos que representan las acciones, dado que éstos le proporcionarán la base para el manejo de las operaciones matemáticas. Todas las nociones se pueden representar gráficamente y esta simbolización facilita la representación men-

---

(16) PIAGET, J.; INHELDER, B.: Psicología del niño. Pág. 38.

tal y con ella le capacita para la adquisición de los -  
signos numéricos.

c) Nociones específicas implicadas en  
el concepto de número

El concepto de número lejos de ser algo inmediato es una abstracción que se forma muy lentamente en el niño a través de diversas experiencias. "La constitución del número es una operación de orden lógico, que - depende, por tanto, de la maduración del niño, el cual, para poder asimilar, debe adquirir nociones tales como las de cantidad, equivalencia, conservación, seriación, clasificación y reversibilidad" (17).

Todas estas nociones aunque ya estaban implicadas de alguna manera en la educación psicomotriz de - tipo general, sin embargo, es preciso que se aborden - acudiendo a una educación más especializada y de acuerdo con un objetivo claro que no será otro que la búsqueda de estas mismas nociones. De hecho hemos podido comprobar que cuando el niño no las tiene adquiridas no es capaz de comprender el cálculo ni sus operaciones más - simples.

Igual que las nociones anteriores el niño pa-

sa primero por un proceso manipulativo para llegar más tarde a la interiorización de las mismas. Ahora bien - los procesos de adquisición de las distintas nociones - no están aislados, sino que están interrelacionados unos con otros. Por eso no se puede presentar el aprendizaje de una sola noción marginándola del resto, sino que conviene realizar actividades que incluyan distintas nociones al mismo tiempo y hacer resaltar el significado de cada una de ellas.

#### NOCION DE CANTIDAD

La cantidad antes de ser una noción propiamente dicha es, sobre todo, acción sobre los objetos. Es - en relación con los otros niños y con los objetos de - donde se desprenden nociones como: mucho, demasiado, poco, más que, menos que, igual que, tanto, como... La - noción de cantidad no es algo que se da al niño sin más, sino que es la acción la que lleva al niño a descubrir la realidad. El niño quita, añade, pone, lleva, vuelve añadir, comprueba, lo compara con otros y de esa comparación deduce conceptos relacionados con la cantidad: -

---

(17) DUGAS, M. y otros: Trastornos del aprendizaje del cálculo. Pág. 39.

hay más, hay menos, hay lo mismo, etc... No hace falta insistir en la existencia simbólica de estas actividades en las operaciones matemáticas, en las que se habla de añadir, por ejemplo, dos, cinco, etc.; me llevo una; quito cuatro, etc... Hecho que no tiene sentido - ni significación para el niño si antes no ha sido acción y si esta acción no se convierte en punto de referencia para las operaciones posteriores.

De este modo los niños se inician con este - tipo de actividades en las nociones de número gradualmente y en los rudimentos de las operaciones, con lo - cual ya está dispuesto a enfrentarse con el quehacer matemático.

Por consiguiente, el niño antes de interiorizar la noción de cantidad necesariamente tendrá que - ejercitarse en la acción y será a través de ella cómo conseguirá esas nociones básicas.

#### NOCION DE CONSERVACION

La conservación constituye una condición necesaria de toda actividad racional. Todo conocimiento, dice Piaget, ya sea científico, ya sea que implique solamente el simple sentido común, supone un sistema explícito o implícito de conservación (18).

La conservación es además una condición necesaria a toda actividad lógica y matemática. El número resulta inteligible en la medida en que permanece igual a sí mismo. Para adquirir esta noción es imprescindible haber llegado al nivel operatorio. Es preciso rebasar y superar la simple percepción y apelar a una acción interiorizada que es la operación; si ésta no se da el niño no es capaz de rebasar lo percibido y se ve subordinado a la disposición espacial.

Piaget ha descrito tres estadios sucesivos en la adquisición de esta noción. En el primer estadio no existe noción de conservación: "El niño no conserva las cantidades continuas ni las colecciones discontinuas cuando su configuración perceptiva está alterada" (19).

En el segundo estadio, los supuestos son intermedios; están situados a medio camino entre cantidad bruta sin invariabilidad y la cuantificación propiamente dicha. En este estadio el niño muestra una especie de tendencia a aceptar la conservación, pero dicha tendencia entra en conflicto con la apariencia o percepción

---

(18) PIAGET, J. y SZEMINSKA, A.: Génesis del número en el niño. Pág. 19.



que le es contraria.

En el tercer estadio, el niño no necesita ya de reflexionar para asegurarse de la conservación de las cantidades totales; está seguro, a priori de ello (20).

Para que esta noción exista, según Piaget, es necesario una acción interiorizada. Esta sería el *leitmotiv* de la formación de las operaciones. Antes de que el niño llegue a la noción de conservación las apreciaciones que el niño hace de la realidad dependen exclusivamente de su aparición, de una percepción de instantáneas, de los caracteres figurativos de la realidad. Una vez que el niño ha conseguido la noción su reacción se funda en la reversibilidad operatoria bien sea por la vía de identidad o bien por la de la compensación o de la reciprocidad.

Pero para conseguir esta interiorización es necesario que el niño a base de manipulación y experimentación compruebe que la cantidad no varía, aunque

---

(19) Ibidem, pág. 22.

(20) Ibidem, pág. 31.

se modifique su forma, situación, apariencia, etc., si no se quita o se añade nada.

El paso, pues, de la no conservación a la conservación representa un cambio crucial, desde una fase preoperacional del pensamiento, a una fase operacional concreta. La adquisición de este estadio permite al niño realizar operaciones adicionales; operaciones, que - según Piaget, se organizan en la forma de agrupamientos matemáticos. Uno de estos agrupamientos lleva consigo - la multiplicación de relaciones. Una de las formas de multiplicación de relaciones recibe el nombre de compensación, es decir, cuando el niño confronta, por ejemplo un vaso alto y fino con otro corto y ancho, con agua hasta un nivel determinado, se supone que multiplica altura mayor por anchura menor y llega al resultado igual cantidad. En un estudio anterior, "menos operacional", el niño sabe que las cantidades de líquido que hay en los dos vasos son iguales a causa de la reversibilidad, de la posibilidad de una operación inversa.

En este momento puede dar una razón de la invarianza, algo así como: "si tuviéramos que devolver el agua al otro vaso, sería la misma".

En resumen, podemos afirmar que, para Piaget, es primero la operación inversa y luego la compensación

las que hacen posible la conservación

Sin embargo, Bruner no está de acuerdo con Piaget (21). Después de una serie de experimentos para explorar los factores psicológicos que llevan al desarrollo de la idea de conservación o invarianza, como si se tratase de una serie de pasos maduracionales casi inevitables que llevan consigo el despliegue de operaciones lógicas, concluye que tanto la inversión como la compensación deben de apoyarse en una apreciación de la igualdad inicial de las cantidades que intervienen.

Una aprehensión continua de esta igualdad inicial es crucial tanto para la inversión como para la compensación. La compensación como la inversión dependen del mantenimiento de alguna identidad primitiva en las dos "versiones" de un acontecimiento.

La "inversión" es simplemente volver al punto inicial anulando la operación que ha sido realizada. - aplicada estrictamente a la conservación de la cantidad, significa sencillamente la comprensión de que un objeto

---

(21) BRUNER, J.S.: Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo. Pablo del Río. Madrid, 1980, pág.209 ss.

cuya forma ha cambiado puede volver a su forma original, mediante una acción contraria o anulación de dicha acción. La utilización de la operación de inversión se aprecia en la respuesta del niño que dice, cuando se le pregunta que juzgue donde había más arcilla en una bola o en una salchicha (transformada a partir de una bola, después de que el niño dijera que era "igual" que la otra bola) "tiene lo mismo porque puedes hacer que la salchicha sea otra vez una bola, y tendrán lo mismo".

La compensación, hace referencia a la multiplicación lógica de clases. Al contrario de la operación de inversión no hay anulación o acción contraria. Más bien, la compensación depende de la comprensión de la reciprocidad de las dos dimensiones relevantes, por ejemplo la longitud "l" y la anchura "a". La reciprocidad se refiere al hecho de que si "l" disminuye "a" debe aumentar para mantener la cantidad "k", es decir,  $l \times a = K$ . En el ejemplo de la bola de arcilla la compensación se refiere a la comprensión de que, a medida que crece la bola de arcilla en una dimensión, estos cambios deben compensarse o cancelarse por los cambios en otra dimensión (por ejemplo, a medida que es más larga, va siendo más delgada).

Estas dos operaciones, inversión y compensación, puede que no sean tan diferentes como parece, y

que ambas dependan de la idea de identidad.

La identidad se refiere a lo que no cambia en una situación. En términos lógicos la transformación de identidad es una transformación que no altera para nada la proporción sobre la que se realiza.

Las transformaciones de inversión y de compensación tienen el mismo fin que la transformación de identidad, pero por diferentes caminos. Mientras que la transformación de identidad nunca altera la situación inicial, las operaciones de inversión y compensación, sólo son aplicables después de que haya ocurrido algún cambio, con la intención de restaurar la situación inicial. La inversión realiza esto por una anulación literal de las transformaciones responsables del cambio; y la compensación mediante la contraposición de las transformaciones recíprocas para neutralizar su efecto. Entonces, tanto la inversión como la compensación restituyen la identidad. Y porque ésto es cierto lógicamente, Piaget aparentemente espera que también lo sea psicológicamente.

En otras palabras, Piaget deduce que si el niño puede realizar las operaciones mentales de inversión y compensación, necesariamente descubre la identidad o "la mismidad de la materia", es decir, la conservación.

Ahora bien, el que esta secuencia lógica se repita en la secuencia psicológica, como Piaget deduce, - (22) es una cuestión a debatir en la que no todos están de acuerdo con la opinión de Piaget (Bruner, Sontroem, Bovet, Helem, Kenney, etc.).

Lo importante, aparte de la problemática sobre el origen de la idea de conservación es ofrecer al niño situaciones y material adecuado para llegar a ese nivel operacional en el que comprenda los aspectos y usos de esa noción básica (23).

El material empleado para los distintos ejercicios puede ser muy variado. Se pueden utilizar, primero, elementos continuos, como plastilina, arcilla, agua, arena, etc., de manera que el niño compruebe la conservación de la cantidad a pesar de las distintas formas - perceptivas que pueda presentar.

---

(22) PIAGET, J., INHELDER, B.: El desarrollo de las cantidades en el niño. Nova Terra, Barcelona, 1971, - pág. 82 ss.

(23) A este respecto resulta interesante los experimentos realizados por Sonstroem sobre la influencia - de la manipulación de material o no en el aprendizaje de esta noción y que se recogen en el artículo: "Sobre la conservación de los sólidos" en la obra de Bruner y otros: Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo. Pág. 233.

Después de realizar los mismos ejercicios con elementos discontinuos: tacos, bolas, fichas, pelotas... En todos ellos, es importante ir haciendo preguntas al modificar la forma, al cambiar los espacios, etc. De es ta manera el niño podrá comprobar que se vuelve a la si tuación inicial, es decir, que lo modificado puede ser de nuevo como al principio. Todo ello conviene realizarlo con la mayor variación posible de materiales para que el niño vaya extendiendo su experiencia a un campo lo más amplio posible. Se puede utilizar el lanzamiento de pelotas. Se sitúa a dos grupos de niños alineados - formando una correspondencia unívoca, término por térmi no, en la que van lanzando y recibiendo las pelotas. Ta les ejercicios a la vez que suponen adaptación sensomotriz, coordinación de las sensaciones visuales, táctiles, cinestésicas, adaptación al esfuerzo muscular, coordinación ideomotriz, representación mental de los ges tos a cumplir para conseguir el acto deseado (lanzamiento), es un excelente ejercicio para adquirir la noción de conservación.

Los niños de una fila pueden extenderse más, ocupando más espacio; pueden separarse, incluso no situarse unos frente a otros, realizar diversos movimientos y, sin embargo, la cantidad es siempre la misma en los diferentes conjuntos.

Piaget diría que ésto es posible merced a la reversibilidad del pensamiento, típico del período operatorio. El niño puede entonces descentrarse de una - única perspectiva de su propia acción; puede compensar unos rasgos por otros, independientemente de la mera - percepción.

La mera percepción no basta para la adquisición de esta noción; la percepción proporciona instantáneas, mientras que la noción supone la coordinación de todas las perspectivas, la comprensión de la acción y del movimiento que tiene que llevar a cabo en el terreno de la representación y que constituye la operación reversible.

Decíamos que la noción de conservación era indispensable para el concepto de número que, según la matemática moderna, es la propiedad de un conjunto y nace de la correspondencia término a término, entre dos conjuntos.

Ahora bien el número es un signo que no tiene ningún parecido con la realidad a la que se refiere, por eso resulta muy conveniente que el niño se sirva - de sus propios signos para expresar una cantidad, un - conjunto, una correspondencia, después de haberla vivenciado psicomotrizmente.



Al crear sus propios símbolos se entrena para comprender el número como un signo más que representa - cualquier tipo de realidad y comprendería asimismo la - relación existente entre este signo numérico y la cantidad que representa; lo mismo que entre la cantidad y el signo creado por él. Esto mismo indica Piaget cuando - afirma que "es indispensable para que el niño pueda - igualmente disponer de un mundo propio de expresión, de un sistema de significantes, contruídos por él y adaptables a sus deseos" (24).

Lo mismo que sucedía con otras nociones resul ta importante la transcripción gráfica de lo vivido, de manera que el segundo paso es invitar al niño a que lo represente en un plano; de esa manera reconstruye las - relaciones topográficas que utiliza en la actuación.

#### NOCION DE CORRESPONDENCIA

La misma noción de conservación lleva a la de correspondencia. Muchos de los ejercicios empleados en la adquisición de aquella sirven también para adquirir la noción de correspondencia, que sirve para hacer comprender al niño la noción de número basada en la corres-

---

(24) PIAGET, J., INHELDER, B.: Psicología del niño, pág. 65.

pondencia término a término.

También aquí se inicia con ejercicios psicomotrices por los que el niño establezca correspondencia entre su cuerpo y los objetos. Se utilizan las fichas, los tacos, las pelotas, etc. De manera que el niño adquiera las nociones de: igual que; más que; menos que.

#### NOCIÓN DE CLASIFICACION

La clasificación constituye una noción íntimamente relacionada con las nociones de conservación, seriación, correspondencia, orden, inclusión, etc.

Para que el niño entienda el cálculo es necesario que comprenda que las operaciones se realizan con los números, pero que éstos no tienen significado sino es en relación con el conjunto al que pertenecen. Para llegar a esta noción el niño necesita algo más que los aportes figurativos, de lo que se ocuparía la percepción. Necesita aportes operatorios, es decir, acciones y opera-

---

(25) PIAGET, J., INHELDER, B.: Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Pág. 254 ss.

ciones, que antes de ser interiorizadas y representadas tienen que darse en el terreno real en una ordenación de sensaciones, de expresión corporal, de anticipación de imágenes, de transformaciones operatorias por reversibilidad, por compensación, por inclusión (noción inseparable de la de clasificación).

Tal como ya se ha indicado, según Piaget e Inhelder (25), existen tres estadios en la evolución de las estructuras de clasificación y seriación.

El primero de estos estadios es el de las colecciones figurativas en el que el agrupamiento de los elementos no es una clasificación regulada por la comprensión de la cualidad discriminativa de los elementos, la extensión de la clase y la jerarquización de las clases, sino una simple reunión espacial o figurativa regulada por un modelo perceptivo determinado. En este primer estadio las relaciones espaciales son constitutivas.

El segundo estadio constituye una etapa intermedia entre las relaciones figurativas y los esquemas operatorios.

En el tercero de los estadios las operaciones son independientes de las figuras, ya que "la figura no

es entonces más que la ilustración que puede acompañar o no al esquema figurativo, y éste no puede expresarse adecuadamente más que por medio de signos colectivos" - (26).

Este tercer estadio viene caracterizado fundamentalmente por una regulación de la extensión y de la comprensión.

Por comprensión se entiende el conjunto de cualidades comunes a los individuos de una clase y al conjunto de las diferencias que distinguen a los miembros de una de las clases y los de otra.

Por extensión se entiende el conjunto de miembros o individuos de una clase definida por su comprensión.

Junto con estas dos definiciones que están expuestas en la introducción de la obra citada aparecen también el sentido de conceptos tales como los de la relación de semejanza, de la alterabilidad, del género y de la diferencia específica, de la inclusión y de la -

---

(26) PIAGET, J.: La formación del símbolo en el niño. Pág. 334.

pertenencia. Respecto a estas dos últimas se hace una cuidadosa distinción. La inclusión se refiere a las relaciones de clases jerarquizadas; la pertenencia se refiere a las relaciones que ligan los elementos de las clases.

El niño, pues, ha de llegar a la comprensión de este conjunto de conceptos propios de las estructuras de clasificación que empleará en las operaciones numéricas. Para ello puede utilizar todo tipo de material que sea susceptible de manipular y de formar distintos conjuntos de objetos atendiendo a la forma, grosor, color, etc. De esta manera llegará a la noción de clase lógica que podrá aplicar a cualquier tipo de realidad: niños, animales, objetos, etc.

Los ejercicios se han de realizar atendiendo al principio a una sola cualidad. Más tarde y una vez asegurada la comprensión por parte del niño se introducen dos o más. Por ejemplo, se clasifica o se hace distintos conjuntos atendiendo a la forma y al color al mismo tiempo, al tamaño y a la forma... Estos ejercicios realizados con material figurativo pueden continuarse con material no figurativo hasta conseguir que el niño tenga interiorizadas las diferentes nociones y pueda aplicarlas mentalmente.

Lo mismo que ocurría en las demás nociones se debe establecer una conexión entre la experiencia reversible del niño, la traducción verbal y la representación gráfica, de estas nociones.

#### NOCION DE SERIACION

La seriación consiste en ordenar los elementos según sus dimensiones crecientes o decrecientes. En otros términos, la seriación para el niño es la posibilidad de considerar que una cantidad es simultáneamente superior a una primera e inferior a la segunda; operación, por tanto, reversible y propia del pensamiento lógico.

En la adquisición de esta noción también distinguen Piaget e Inhelder tres estadios: (27)

- a) Comprensión global o ausencia de correspondencia. No se da una sucesión de detalles.
- b) Correspondencia término a término sin ser duradera. Se trata de una seriación intuitiva.

---

(27) PIAGET, J., INHELDER, B.: Génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Pág. 267 ss.

tiva con vacilaciones y dificultades en in  
tercalar elementos nuevos en la serie cons-  
truída.

- c) Correspondencia término a término con equi-  
valencia duradera. Es una seriación durade-  
ra que nace de una coordinación sistemática  
de las relaciones en juego (28)

Esta noción también supone interiorización de  
acciones, de movimientos; algo más que la mera percep-  
ción. Supone coordinación de las perspectivas particu-  
lares; ir de una a otra, organizarlas y estructurarlas  
de manera que cada objeto sea superior al que le prece-  
de e inferior al que le sigue. Para ello se necesita -  
una transformación operatoria, reversibilidad; reversi-  
bilidad por reciprocidad con palabras de Piaget.

Nos interesa destacar qué situaciones psico-  
motrices pueden ayudar al niño en la adquisición de es-  
ta noción. En el campo de la acción, si el niño utili-  
za los juegos psicomotrices puede expresar, vivenciar -  
con su cuerpo y con los objetos seriaciones por alinea-

---

(28) PIAGET, J., y SZEMINSKA, A.: Génesis del número -  
en el niño. Pág. 175.

ción según el tamaño de los mismos niños, de los objetos, etc. Puede, por ejemplo, ordenar objetos por tamaños (de grande a pequeño), e invertir después el orden (de pequeño a grande). Una vez que tiene formada una serie se le dan nuevos elementos para que los sitúe según su tamaño en el lugar correspondiente.

Entre los niños pueden aprender a alinear uno con los demás. Pueden ir ocupando diversas posiciones en la superficie del suelo de manera que todos ellos formen una línea inclinada partiendo de una línea recta. Cada uno dará un salto de manera que le lleve a ocupar un lugar correcto en la serie; dará un salto mayor que el del anterior pero menor que el del siguiente.

Este será un ejercicio psicomotor muy rico porque el niño tendrá que anticipar movimientos y transformaciones. Hecho que le ayudará eficazmente a la formación del pensamiento operatorio ya que, según Piaget, "toda imagen (reproductora o anticipadora) se apoya sobre las operaciones que permiten comprender esos procesos a la vez que imaginarlos" (29).

---

(29) PIAGET, J., INHELDER, B.: Psicología del niño. Pág. 77.



Además de ayudar a la adquisición de la noción de seriación este tipo de ejercicios representan una adaptación del esfuerzo muscular y una coordinación ideo-motriz, es decir, la representación mental de los gestos a cumplir para conseguir los actos deseados.

En la práctica también resulta muy provechoso que en la utilización de objetos para seriarlos y ordenarlos se busque el mayor número posible de sensaciones: alineando, por ejemplo, tacos, pelotas, varillas, etc. en función del color, del tamaño, la forma, etc. Aquí entrarían en juego la coordinación de sensaciones visuales, táctiles, cinestésicas...

Resulta muy interesante que el niño se familiarice con estos ejercicios de seriación porque aprende a organizar los elementos no por tanteos, por simple intuición, sino siguiendo un método sistemático: - la comparación de los elementos entre sí, hecho que le lleva a la reversibilidad por reciprocidad, fundamento de la inteligencia operatoria.

Hay que tener en cuenta que, al mismo tiempo que se vayan realizando los ejercicios, es conveniente ir verbalizando la ordenación de los elementos dentro de la serie: primero, segundo, cuarto, sexto, etc. ha-

ciendo hincapié en la situación de cada elemento respecto al que precede y al que sigue.

En un segundo momento, vendría la representación gráfica de la seriación, expresión libre del niño. Para ello es necesario que el niño lo exprese tal como lo comprende, utilizando los símbolos creados por él. Sólo lo, en un tercer momento, se realizará el grafismo correspondiente al símbolo indicando la relación directa con la realidad a la que se refiere.

Como resumen general de la adquisición de todas estas nociones básicas se puede afirmar que lo más importante es la formación cualitativa de las mismas. Cuanto más tiempo se emplee en preparar la comprensión del número y la medida para la construcción de las relaciones cualitativas, mejor comprenderá el niño a continuación las operaciones realizadas con el mismo, y mejor estará capacitado para entender el lenguaje matemático así como los problemas que se pueden plantear.

Junto con las nociones de naturaleza psicomotriz constituyen la base y el fundamento del pensamiento lógico-matemático y sin ellas, como hemos comprobado, no es posible que el niño progrese y comprenda los diferentes aspectos que presenta el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas.

De modo semejante y cuando el niño haya llegado al nivel madurativo correspondiente se pasará al aprendizaje de las nociones de peso, volumen, etc. En la noción de peso es preciso que el niño haya adquirido con anterioridad la noción de que una cualidad de los objetos es el peso, pudiendo establecer comparaciones entre unos y otros en este sentido. Para ello realizará una serie de ejercicios manipulativos y psicomotores, como levantar objetos pesados y ligeros comparándolos y clasificándolos según peso. Se utilizarán balanzas sencillas que le hagan comprender la necesidad de una medida patrón. Una vez adquirida esta noción se pasa a la de conservación del peso, siguiendo un proceso similar al seguido en la adquisición de la noción de conservación de la materia. Por ejemplo, se coge una bola de arcilla o de plastilina, se pesa, se cambia de forma, se parte en varios trozos, y se vuelve a pesar, comprobando que el peso es el mismo. Este tipo de ejercicios se repite hasta que el niño compruebe que ni la forma ni el espacio ocupado influyen en el peso.

Con las nociones de área, volumen..., se siguen procesos semejantes cuando el niño haya alcanzado el nivel madurativo correspondiente y tenga la capacidad suficiente para adquirirlas.

En cualquiera de las nociones indicadas existe un proceso que se inicia siempre en la acción directa del niño y culmina en la interiorización de las nociones que ya posee a nivel perceptivo-motor. Ahora bien, en cada uno de los procesos de adquisición de las diferentes nociones, es necesario estar seguro de que el niño ha comprendido y automatizado las distintas actividades y las nociones que de ellas se desprenden. En muchas ocasiones habrá que volver a ejercicios que se dieron por aprendidos en etapas anteriores pero que el niño da muestras de no dominar. Así, por ejemplo, en una fase manipulativa el niño ha llegado a dominar un tipo de actividad -ordenar, clasificar o seriar unos objetos-, pero si en la fase siguiente, al tener que hacerlo de modo gráfico, se observa que duda y no tiene las nociones bien afianzadas, será necesario volver atrás para que constate prácticamente cada una de esas nociones.

Siempre que se inicie un nuevo aprendizaje será preciso seguir este proceso, estimulando al niño a manipular y experimentar con objetos y con representaciones gráficas y simbólicas que le ayuden a comprender cada nueva noción. En este sentido no tiene importancia el que el avance sea lento y que haya que repetir los mismos ejercicios muchas veces con tal de que las nociones queden verdaderamente interiorizadas.

constituyendo un fundamento sólido del pensamiento matemático y siendo capaz de utilizar correctamente y con sentido los símbolos correspondientes.

La adquisición de estas nociones básicas constituyen, pues, el presupuesto esencial de la comprensión y aprendizaje de las matemáticas. Por eso cualquier recuperación o cualquier aprendizaje de las mismas tiene que partir de ellas y asegurar su afianzamiento.

Una vez adquiridas estas nociones se pasará a la utilización de los símbolos matemáticos abstractos cuidando de que el niño vaya comprendiendo el significado y alcance de cada uno de ellos. Habrá que asegurarse de que cada signo esté totalmente comprendido y automatizado de manera que el niño lo use en las operaciones con toda seguridad y dominio, y no pasar de un signo a otro, de una operación a la siguiente, sin antes estar bien afianzados y comprendidos. En este sentido, habrá que volver a ejercicios que se dieron por aprendidos en etapas anteriores y repetirlos las veces que sean necesarios para su completa asimilación dentro de una variedad que los haga atractivos y evite el cansancio y la monotonía.

Estos ejercicios tienen todos carácter gene-

ral y sirven para cualquier tipo de aprendizaje y de -  
problemática. Sin embargo, en el caso de los trastornos  
y dificultades individuales, la recuperación tiene que  
atenerse al fallo concreto que se manifieste en su des-  
arrollo, teniendo en cuenta que toda reeducación, como  
toda enseñanza, es como una construcción de la que no -  
puede desestimarse etapa alguna, y en lo que aquí nos -  
ataña, es preciso conocer los distintos conceptos mate-  
máticos, las relaciones que los unen y cómo unos derivan  
de los otros; en resumen, tener un sistema de referen-  
cia, para saber analizar las dificultades del niño en -  
este campo, con objeto de desarrollar las diferentes no-  
ciones en un orden tal que el niño pueda asimilarlas.

## VI. OPERACIONES CONCRETAS Y OPERACIONES MATEMATICAS

### A. NOCION GENERAL DE OPERACION

Una vez que el niño ha adquirido las nociones básicas que hacen posible la comprensión del concepto - de número, es cuando se puede afirmar que se encuentra en un nivel de desarrollo del proceso matemático que le capacita para la abstracción y, por consiguiente, para abordar los razonamientos matemáticos. Pero antes de - iniciarlo en estos razonamientos conviene tener la seguridad de que el niño ha asimilado todos los elementos que constituyen ese proceso, pues, de lo contrario, no será capaz de comprender los razonamientos por muy simples que sean. Muchos de los fracasos encuentran aquí - su explicación.

De hecho la experiencia muestra que no se adelanta nada con apresurar al niño a que llegue cuanto antes al dominio de las operaciones, si los pasos previos no se han desarrollado y han sido superados con éxito - por parte del mismo.

Hemos reseñado la importancia de la actividad

por parte del niño para adquirir las nociones previas. Por la acción, el juego, por las actividades más simples, el niño llega a resolver de forma concreta problemas que después pueden pasar a ser objeto de problemas escolares. Todas las actividades de agrupamiento, separación, clasificación, comparación, seriación etc., pueden llevarle a una reflexión, a una toma de conciencia, como señalan los partidarios de la matemática moderna - (1).

El problema fundamental consiste en llegar a una conexión entre una actividad determinada, real o imaginaria y su traducción a un cierto lenguaje, lenguaje que utiliza sus propios signos (+, -, x, :, etc.) y sus fórmulas propias.

Ya hemos indicado las etapas por las que el niño pasa para poder asegurar la construcción sólida de las bases matemáticas (acción, lenguaje, simbolismo, grafismo). Llegado al nivel del grafismo el niño puede ya moverse en un nivel de abstracción, que le aleja de la realidad concreta y puede aplicar entonces el esquema adquirido a infinidad de actividades.

Pero antes de llegar al dominio de ese esquema

---

(1) MIALARET, G.: Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan.



abstracto capaz de representar todo tipo de acciones, - los procesos deben tener un doble sentido: ir de la operación concreta a la traducción por medio de los símbolos, signos, dibujos, etc., pero también bajar de nuevo de la traducción simplificada y esquematizada hasta la operación concreta. Este doble movimiento es esencial y muy frecuentemente descuidado por los educadores. Este ir y venir del pensamiento es fundamental en la formación del razonamiento matemático y es necesario que el niño lo practique a partir de cierta edad de acuerdo con el desarrollo mental que presente.

El niño aprende entonces a expresar y traducir sus acciones, pero inversamente, afirma Mialaret, (2) "desarrolla una cierta forma de imaginación matemática", que es muy importante para los procesos posteriores.

De esta manera también se aseguran al mismo tiempo las relaciones entre los diferentes planos de la realidad y del pensamiento. Una de las dificultades más frecuentes que hemos encontrado consistía precisamente en la falta de capacidad para poder relacionar los núme

---

(2) Ibidem. Pág. 28.

ros con los objetos concretos, especialmente, en aquellos niños que presentaban un nivel mental bajo.

Muchas de las inadaptaciones en el aprendizaje de las matemáticas, debidas a una falta de interés, tienen también aquí su origen ya que el niño no ve los lazos o relaciones existentes entre la enseñanza formal que le presentan en la Escuela y la realidad que él observa. De ahí la importancia que tiene para el niño resaltar la relación entre los distintos planos.

Cuando el niño haya superado estas etapas previas de un modo seguro y sólidamente, está capacitado para la traducción simbólica de la operación.

La operación (acción de quitar, añadir, separar, reunir, etc.) consiste en representar, simbólicamente, estados y acciones que se suceden en el tiempo. Ante la operación  $3 + 2 = 5$ , por ejemplo, está ante un resumen sorprendente, porque la acción concreta y viva que consiste en reunir objetos, separarlos, retirarlos, se reduce a expresarse por medio de unos signos que separan los datos numéricos.

A este nivel todavía hace falta distinguir la adquisición de esta nueva forma del lenguaje gráfico - formado por los signos matemáticos simples utilizados,

del punto de llegada de todos los procesos puestos en juego anteriormente. Este aspecto es muy importante debido al elevado número de fracasos que producen precisamente por no comprender el paso de un nivel a otro.

En el aprendizaje de los signos utilizados - (+, -, x, :) el niño no disocia el signo de lo que significa y confunde, en particular, la acción que se desarrolla en el tiempo y su representación simbólica, que se desarrolla en el espacio. De ahí que los niños que presentan algún tipo de alteración en la estructuración espacio-temporal, son más sensibles a este tipo de dificultad.

Para Jaulin-Mannoni previo a la comprensión - por parte del niño del uso y significado de los signos y, por tanto, de la traducción simbólica de las acciones tiene que pasar por tres pasos perfectamente diferenciados: (3).

#### 1º. Estadio de la representación figurativa

El niño representa por medio de signos los he

---

(3) JAULIN-MANNONI, F.: Las cuatro operaciones básicas de las matemáticas. Pablo del Río, Madrid, 1980, pág. 15.

chos y gestos que se realizan delante de él. Los gestos de añadir, quitar, poner, separar, etc., por medio de los signos: +, -.

Dichos signos se van aislando del contexto y se estudian a parte en ejercicios de condicionamiento que consisten en llevar al niño a asociarlo automáticamente a lo que representan. De ahí la importancia de realizar series tales como + 2 gomas, - 1 lápiz, + 4 fichas, etc. que el niño va escribiendo a medida que se desarrollan.

En este tipo de ejercicios es muy conveniente que el niño distinga las diferentes etapas de una operación y la sitúe en momentos bien definidos:

Lo que había antes -lo que se hace- lo que resulta.

Por eso se debe concretizar no sólo los datos numéricos abstractos, sino incluso presentar en la medida de lo posible, razonamientos nuevos a partir de los datos concretos no numéricos.

## 2º. Estadio de la lectura del lenguaje

Se caracteriza por la continuación en sentido

inverso de los ejercicios ejecutados.

Comprende numerosos ejercicios "ascendentes y descendentes" para que el niño descubra la relación entre la acción y el conjunto gráfico ( $4 + 2 = 6$ ;  $3 + 2 = 5$ ). Dada una acción concreta y simple el niño debe ser capaz de traducirla a términos de operación matemática. Inversamente, ante una operación matemática, por ejemplo,  $3 + 2 = 5$ , el niño debe ser capaz de indicar una acción concreta y simple que responda a esa fórmula matemática.

Aparece así el aspecto de "abstracción" en el sentido de "traducción", es decir, tránsito de un plano de la realidad a otro plano de la realidad. De hecho, - es lo que se llama "comprensión de las operaciones" (4).

No se trata, pues, de enseñar a poner cuentas a los niños y de plantear después el problema de ¿cómo hacer comprender el sentido de las operaciones? Hecho - que se da con excesiva frecuencia en las aulas escolares. El proceso a seguir es exactamente el contrario y el problema de la comprensión de las operaciones no debe plantearse en esta perspectiva. El niño no comprende una operación más que en la medida en que comprende lo que ella expresa, lo que traduce.

### 3º. Estadio del verdadero lenguaje matemático

En este estadio el niño ya debe ser capaz de reconocer las sustracciones imposibles y de encontrar el resultado de las operaciones simples sin necesidad de ayuda de un material concreto.

El soporte de lo concreto tiene que ser suprimido progresivamente. Los gestos que a veces eran necesarios al comienzo de la imitación se reemplazan sucesivamente por una evocación mental.

Teóricamente llegado este momento el niño debe resolver todos los problemas en los que la elección de la operación (+, -, x, :). Aquí es donde hay que insistir sobre la importancia del movimiento de ida y vuelta en lo que concierne a la reversibilidad de las operaciones, cuya importancia ha sido puesta de manifiesto reiteradamente por Piaget. Cada operación de reunión implica inmediatamente la operación de separación, con el fin de que cuando se introduzcan las notaciones simbólicas las operaciones siguientes correspondan a una misma realidad vista desde puntos de vista diferentes:

---

(4) MIALARET, G.: Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan. Pág. 30.

$$2 + 3 = \quad ; 3 + 2 = \quad ; 5 - 3 = \quad ; 5 - 2 = \quad ; 3 + \quad = 5; 2 + \quad = 5.$$

Cuando el niño domine estas operaciones podrá aplicarlas a cualquier tipo de acciones.

En síntesis, esas serían las etapas a superar el niño para pasar de la operación concreta a la operación matemática. Etapas que resultan imprescindibles para garantizar un aprendizaje eficaz que pudiese evitar las dificultades que hemos encontrado a este nivel.

#### B. LAS OPERACIONES BASICAS

Una vez que el niño ha llegado al nivel de comprensión de lo que significa una operación matemática se encuentra con las características propias de cada una de las operaciones básicas, y con un tipo de dificultades que les es propia a cada una de ellas.

Antes de entrar en las dificultades propias de cada una de ellas hay que señalar que el niño experimenta cierta dificultad para distinguir los números de su contexto, por ejemplo, el de un pequeño problema. Por lo general para los matemáticos los niños trabajan sobre los cardinales de los conjuntos y si han entendido bien lo que es un conjunto y su cardinal la dificultad indi-

cada debe desaparecer. Sin embargo, hay que tener en cuenta que los niños de este nivel pueden presentar cierto tipo de dificultades que les impiden encontrar la solución de los problemas por muy simples que sean.

Cuando los conjuntos están constituidos por objetos de la misma naturaleza o pertenecen a la misma clase las operaciones sobre los cardinales aparecen más claras para los niños que cuando los conjuntos están formados por objetos muy diferentes. En los ejemplos siguientes, matemáticamente son rigurosamente análogos, pero que, sin embargo, se sitúan a niveles muy diferentes de dificultad psicológica:

Fichas + fichas; canicas blancas + canicas rojas; Patos + gomas; bombones + golosinas; etc.

Cuando la iniciación matemática no es la adecuada no se beneficia de la teoría de conjuntos. Con frecuencia se acostumbra a decir en la Escuela: "Sólo se pueden sumar cosas de la misma naturaleza". En estas circunstancias el niño que siga al pie de la letra esa indicación sólo puede resolver el primer problema.

Existen otro tipo de problemas que precisan únicamente de la adición simple y que resultan aún más difícil de explicar con el esquema anterior:



-Pongo 200 gramos de dulce en un tarro que pesa 130 gramos ¿Cuál es el peso total?.

-Recorro 150 Kms. en coche y después 5 andando. ¿Cuántos Kms. he hecho en total?.

En los dos casos anteriores el niño se encuentra ante experiencias concretas o situaciones reales que no siempre llega a poner en el mismo plano por distracción o por tener mayor interés en alguno de los aspectos. Las mismas experiencias pueden tener distinto significado psicológico: por ejemplo, no tiene el mismo valor los kilómetros recorridos en coche que los recorridos a pie. - Por otra parte, la introducción de otros elementos, como el sistema métrico en este caso, complica las cosas para el niño que no ha liberado la estructura matemática de su conjunto concreto.

En otros casos el niño se encuentra con una verdadera oposición entre la realidad y su traducción matemática lo que le lleva a diferentes reacciones. Si, por ejemplo, se pide al niño resolver el siguiente problema: Pablo gastó 60 pesetas por la mañana y 37 por la tarde. ¿Cuánto ha gastado en total?. Nos encontramos que son muchos los niños que conciben el gasto como una resta y se quedan sorprendidos al pedirles una suma. Aunque hay que reconocer que en verdad la operación a realizar es:

$$-(60) -(37) = -97$$

y el signo significa lo que ha salido de su portamonedas. Lo mismo sucede cuando se trata de objetos fragmentarios; la suma corresponde a dos restas sucesivas.

Analizando este tipo de reacciones por parte del niño se pone en evidencia que no se da una concordancia entre el desarrollo del proceso psicológico y el proceso matemático y, cuando no se tiene en cuenta a la hora de presentar este tipo de problemas, fácilmente se le exige al niño más de lo que puede comprender - con el inconveniente de producir consecuencias negativas en la práctica. A este respecto resultan ilustrativos los datos ofrecidos por Mialaret en la obra citada.

Una misma operación matemática, pues, puede - recurrir a problemas situados a niveles psicológicos distintos y entonces resulta necesario en el aprendizaje de las mismas tener en cuenta las dos clases de exigencias para evitar las posibles dificultades y fracasos consiguientes.

En el caso de las restas sucede algo parecido. De acuerdo con la forma de presentarla se pondrán en juego en el plano psicológico diversos aspectos que condicionan el proceso y a la hora de resolver los problemas

provocan reacciones distintas en los niños.

Por ejemplo, si se le pide al niño resolver - los siguientes problemas:

-Pablo tiene 30 pesetas; compra un bolígrafo por 25 ¿Cuántas pesetas le quedan?.

-Si Juan tiene que recorrer 14 kilómetros en un día; por la mañana hace 8 ¿Cuántos kilómetros le quedan para recorrer por la tarde?.

-Juan tiene 10 fichas y Pablo 14 ¿Cuántas fichas más tiene Pablo que Juan?.

-Santiago compra manzanas a 30 pesetas y las vende a 50 ¿Cuánto gana en cada kilo?.

Aunque en todos los casos se trata de una simple resta, sin embargo, la dificultad para el niño no es la misma en cada uno de ellos. Mialaret con problemas similares encontró resultados con diferencias significativas entre los mismos (5).

---

(5) MIALARET, G.: Op. cit., pág. 36.

Las dificultades surgen del modo de presentar las cuestiones y el lenguaje utilizado que aunque a los adultos nos puede parecer muy simple, lleva en sí conceptos difíciles para el niño. Muchos de los errores observados en los niños se debían a la presencia del término "más", como ocurre en el enunciado del tercer problema. En otros casos tienen que comparar entre sí las cantidades y considerar al mismo tiempo los dos números para calcular el resultado, cuya interpretación no es siempre fácil, hecho que resulta difícil para muchos de ellos.

También se puede observar que se da una diferencia entre lo que se hace en la práctica en esas mismas situaciones y lo que se pide en la operación correspondiente al niño. Este observa, por ejemplo, que cuando en la vida cotidiana se compra un artículo cualquiera en un comercio que cuesta 90 pesetas con un billete de cien, el comerciante no dice: le devuelvo 10 pesetas, sino que normalmente se dice: 90 y lo hacen 100. Con lo cual el niño está ante una experiencia que unas veces no comprende y otras le resulta extraña. Por lo tanto, la tendencia a recurrir a la experiencia del niño, cosa normal y deseable, habrá que realizarla con las precauciones correspondientes. Muchos niños y no precisamente los menos inteligentes, es decir, los que quieren comprender lo que hacen, no verán que se trata siempre del mismo -

problema y pondrán una suma cuando se precisa una resta.

El modo cómo se presentan a los niños este tipo de cuestiones constituye el origen de la idea que se forman de la matemática y también el inicio de la actitud antimatemática, cuando no se tienen en cuenta los distintos aspectos señalados. Está muy extendida la idea de que los niños no establecen relación entre los problemas y la realidad, o que los resultados que dan a un problema carecen de todo sentido, pero realmente esto no es más que el resultado de la metodología empleada por el Profesor y a su insuficiente preparación psicopedagógica.

En la multiplicación no se presentan mayores dificultades por lo que se refiere a su comprensión. La multiplicación y la división se entienden aquí en el sentido de reunión, por una parte, y de partición por otra.

Las dificultades no se dan tanto a nivel de comprensión de las operaciones cuanto en la utilización de la multiplicación en la solución de los problemas. La misma operación matemática ( $4 \times 3 = 12$ ) da lugar a resultados muy diferentes según el contenido del enunciado.

A veces conociendo el mecanismo de la opera-

ción no comprende su significado: Así cuando el niño se propone realizar concretamente, con ayuda de fichas, la operación:  $4 \times 3 = 12$ , pone sucesivamente sobre la mesa cuatro fichas, después tres, después doce. Error que muestra la confusión entre las cantidades a estructurar por una parte, y los números y operaciones que, por otra, explican la manera por la cual es estructurada esta cantidad.

Las dificultades más frecuentes aparecían al tener que multiplicar términos que representan realidades muy diferentes entre sí. Por ejemplo, sabemos bien en el mundo adulto que lo que se multiplican son números aritméticos y no un número de kilómetros por un número de horas. Pero en la práctica de la enseñanza diaria esta situación se presenta frecuentemente, lo que lleva al asombro al alumno, pues no comprende por qué multiplicando, por ejemplo, horas por pesetas, el producto son pesetas. El niño en estos casos no llega a separar en su razonamiento matemático los aspectos concretos de los datos de los que son puramente matemáticos. Aquí radica una de las claves en el aprendizaje de las matemáticas. Lo importante es que el niño llegue a descubrir, percibir, encontrar, a través de problemas muy diferentes, los mismos procesos matemáticos. Este objetivo final es que mayor relevancia tiene y este proceso lento hacia el pensamiento matemático constituye una de

las dificultades esenciales en el aprendizaje de la iniciación al cálculo.

En la división el alumno se encuentra con un doble sentido: cuando se hace una división para saber cuántas cajas pueden llenarse con 40 naranjas, por ejemplo, si cada caja contiene 5 naranjas; entonces se efectúa en realidad una serie de sustracciones para constatar finalmente, que se han hallado 9 cajas. Al hacer una división para saber cuántos caramelos, de 25, pueden darse a cada uno de los cinco hermanos de una familia se efectúa, en realidad, una partición.

Estos dos sentidos que no tienen nada en común no son reductibles el uno al otro más que a nivel de cantidades numéricas.

Se puede elegir entonces entre dos procedimientos pedagógicos: a partir de una cantidad que se distribuye conociendo el contenido de cada parte, para descubrir el número de partes, o, partir de la misma cantidad que se distribuye, conociendo el número de partes para descubrir el contenido de cada parte. Esta segunda posibilidad parece más asequible al niño que está condicionado por los hábitos escolares. Por eso en la práctica diaria parece más lógico elegirla y no introducir la otra concepción hasta más tarde y hasta no estar seguros de -

que el niño domina la operación de un modo seguro.

Generalmente las dificultades encontradas a propósito de la multiplicación se complican en el momento de la introducción de la división, ya que esta supone y utiliza todas las operaciones anteriores. Lo mismo que sucedía con la multiplicación, con la suma, con la resta, la práctica de la división plantea problemas psicológicos diferentes, cuya superación está en relación directa con el modo de presentarla, que necesariamente tendrá que tener en cuenta el nivel de desarrollo mental del niño. Ya que una noción presentada demasiado pronto no tiene solamente un valor neutro; si es demasiado difícil acarrea las consecuencias de todo fracaso y hace perder al niño confianza en sí mismo, alimentando la actitud antimatemática que ya hemos señalado.

La práctica de las operaciones plantea problemas psicológicos muy diferentes: efectivamente se trata de resolver un pequeño problema matemático, es decir, el niño ha de aplicar ciertas reglas que deben justificarse en el plano matemático. Calcular una operación es resolver un pequeño problema. Enseñar a un niño a "hacer operaciones" es esencialmente enseñarle, después de justificar todos los pasos, a proceder de cierta forma para asegurar los resultados.



Las dificultades concretas que aparecen en la - práctica de las operaciones y que presentan los niños con fracasos en las matemáticas han sido resumidas en la parte experimental. Para evitar tales fracasos consideramos que el camino más acertado es la adquisición progresiva - de las nociones inherentes junto con el adecuado desarrollo de los aspectos psicológicos, teniendo en cuenta que la progresión matemática no coincide exactamente con la - progresión psicológica y que muchas veces se crean dificultades innecesarias por no tener en cuenta la disociación - entre una y otra.

Las dos obras de Jaulin-Mannoni: "La reeducación del razonamiento matemático" y "Las cuatro operaciones básicas de las matemáticas" pueden considerarse como un buen programa de sesiones de reeducación adaptable a - la mayor parte de los casos de fracasos en el área lógico-matemático que hemos analizado hasta el momento.

#### C. LA NOCION DE PROBLEMA Y SU VALOR FORMATIVO

Para muchos niños la palabra "problema" está - asociada a la idea de número y no a la idea de búsqueda; para ellos, resolver no es reflexionar, sino combinar números sin saber muchas veces cómo ni por qué, tan sólo - porque es una costumbre que hay que seguir lo mismo que se ponen mayúsculas en ciertas palabras o que no se es-

cribe en el margen. El Profesor pide operaciones: el niño las da, provocando reacciones de aprobación o de desaprobación, cuyas razones pueden ser impenetrables para él.

El problema, sin embargo, tiene unas connotaciones distintas. Como indica Polya "un gran descubrimiento resuelve un gran problema; pero en la solución de todo problema hay un cierto descubrimiento" (6).

La palabra "problema" corresponde a cosas muy diferentes y lo importante en los primeros tiempos es el tipo de situación que se propone a los niños cuando se les pide resolver un problema.

Existen tres fases esenciales en el estudio matemático de una situación: abstracción, precedida y motivada por la observación y experimentación; deducción, ejercida sobre los conceptos elaborados en la anterior, y proyección o aplicación práctica de los resultados obtenidos deductivamente. La enseñanza tradicional de la matemática se preocupaba fundamentalmente de la segunda fase. El

---

(6) POLYA, G.: Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México, 1975, pág. 7.

alumno trabajaba con conceptos ya elaborados y a partir de ellos iba obteniendo los distintos teoremas. A veces se proponían ejercicios de aplicación, cuya utilidad resultaba más teórica que práctica.

Frente a esta matemática ya hecha, la matemática actual presenta al niño la matemática en forma de situaciones problemáticas, de modo que suscite su interés y se sienta movido a buscar los medios para estudiarlas y resolverlas (7). Esta orientación se presenta principalmente a partir de una cuidada formulación de problemas.

Los problemas se pueden presentar en forma de categorías distintas que corresponden a actividades psicológicas muy diferentes. Mialaret distingue cuatro categorías que pueden resultar útiles para poner de manifiesto el grado de dificultad que presenta cada una de ellas (8).

En primer lugar, estarían los problemas por etapas con una o varias operaciones. Estas operaciones vienen dadas prácticamente en el texto del enunciado, y el

---

(7) BUJANDA JAUREGUI, M.P.: Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas. Pág. 87.

(8) MIALARET, G.: Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan. Pág. 61 ss.

niño no tiene más que yuxtaponerlas en el orden indicado para llegar a la resolución definitiva. Un ejemplo del caso más simple de un problema de una sola operación podría ser el siguiente: si un avión va a 150 kilómetros por hora ¿Cuántos recorre en 4 horas?.

En otros casos se trata simplemente de la yuxtaposición de pequeños problemas análogos al precedente. Por ejemplo, un comerciante va al mercado y vende seis docenas de huevos a 40 pesetas la docena; con este dinero compra 3 kilos de naranjas a 33 pesetas el kilo; sabiendo que el viaje le costó 60 pesetas ¿con cuánto dinero vuelve a casa?.

Este tipo de problemas por etapas representan un conjunto de ejercicios en los que se utilizan no sólo las cuatro operaciones indicadas anteriormente, sino que pueden recurrir a problemas muy simples de niveles muy diferentes.

En segundo lugar, están los problemas en los que la resolución no está indicada por los términos del problema, sino que debe ser hallado por el propio sujeto. Se trata de la búsqueda de la solución a partir de un conjunto de datos, y el camino a recorrer, o de los caminos posibles, es de esencia matemática.

Un ejemplo concreto de este tipo de problemas sería el siguiente: Un comerciante tiene en caja 250 pesetas; vende unos calcetines en 430, una camisa en 946 y una corbata. Compra una tela en 620 pesetas y paga una factura por 205; al final le quedan 201 pesetas. ¿Cuál es el precio de la corbata?.

En tercer lugar, están los problemas incompletos o de soluciones múltiples. En ellas el niño dispone de cierto número de datos y a partir de los mismos se pueden resolver varios problemas o, a veces, inventarlos. En este tipo de problemas, entran los referentes a los proyectos presupuestarios muy utilizados en la vida diaria.

Por último, se encuentran los problemas "de solución-tipo". Se trata de aquellos problemas que para encontrar la resolución hay que saber clasificarlos en un sistema preestablecido. Por ejemplo, si en un montón hay 27 monedas en piezas de 10 y 5 duros; sabiendo que la suma total es de 295 duros ¿Cuántas piezas hay de cada clase?.

Cada una de estas clases de problemas juega un papel distinto en la formación de la mentalidad matemática del alumno. Cada una de estas categorías corresponde a actividades psicológicas distintas. Por eso, en la práctica el niño que esté acostumbrado únicamente a una determi

nada categoría puede dar la impresión de ser buen alumno en el cálculo, y sin embargo, no tener formada realmente su mente matemática.

Nosotros teniendo en cuenta las dificultades - que hemos encontrado en la muestra analizada, intentamos destacar aquellos aspectos que consideramos más pertinentes a la hora de evitar tales dificultades.

En este sentido, en todo problema hay que tener presente las fases por las que pasa la mente del niño para llegar a la comprensión segura de los distintos elementos que integran el problema.

El Profesor Polya que ha estudiado con detenimiento y acierto la importancia de los problemas en la enseñanza de las matemáticas, distingue cuatro fases en la resolución completa de un problema (8):

1. Comprensión del problema. Esto es, analizar cuidadosamente el enunciado del problema. Ahora bien, la forma en que se presenta el enunciado del problema es uno

---

(8) POLYA, G.: Cómo plantear y resolver problemas. Pág. 18 ss.

de los factores del éxito o del fracaso del niño. El vocabulario empleado en el enunciado del problema no siempre es del dominio del alumno y puede constituir para el mismo el primer obstáculo serio para no comprender el problema.

Ya hemos recogido en el capítulo III los resultados obtenidos de la forma de presentar el problema, bien de forma concreta, bien de forma intermedia o de forma abstracta, aún tratándose del mismo problema.

2. Concebir un plan. Resolver un problema es - imaginar un plan y explorar un camino para alcanzar un fin que no es directamente accesible. Al elaborar un método de resolución del problema, el alumno puede proceder por analogías con problemas ya hechos; en ocasiones puede ensayar una solución parcial o si posee ya un cierto grado de madurez puede reducir el problema a otro equivalente, pero más asequible para él.

Es posible que el proceso fracase o que no conduzca en un momento dado más que a resultados parciales o aproximados. Sin embargo, tal eventualidad, lejos de ser un fracaso en el plano pedagógico, puede ser rica en desarrollos ulteriores.

3. Poner en ejecución el plan. Es la fase mecánica en la resolución del problema. El alumno utiliza re-

sultados conocidos, operaciones, de acuerdo con la idea - elaborada en la fase anterior. El alumno no tiene por qué contentarse con idear un camino para llegar a la resolución del problema; tiene que saber llegar hasta el final, y para ello es absolutamente necesario que domine resultados previos y el manejo de técnicas operativas.

4. Examinar la solución obtenida. La verificación del resultado es una garantía de que se ha llegado a la solución correcta. Sin embargo, a pesar de la importancia de esta fase es una de las que con mayor frecuencia - se descuida en la práctica. Esto lleva muchas veces a despertar una actitud en el niño de no encontrar sentido a - sus actividades. Además, atendiendo sobre todo a problemas de la vida diaria, es importante que el alumno aprenda a dar una respuesta válida para una solución real.

En este orden de ideas resulta interesante el - relato de Puig Adam: "Al acordarme de aquel niño que, al preguntarle por qué había dado con cuatro cifras decimales un determinado número de obreros, me contestó compungido: "porque no había tenido tiempo de sacar más", pienso en una cruzada de la concreción, del sentido de aplicación y aproximación, que haga desaparecer de los cuadernos escolares tales diezmilésimas de obrero, así como las fracciones de segundo en los tiempos necesarios para realizar obras de albañilería o las de milímetro en dis-



tancias topográficas" (9).

Se puede admitir un error de cálculo, pero no un error que implique desconocimiento de la situación planteada o, lo que es más frecuente, la rutina y el desinterés - del alumno.

Cuando el niño se inicia en la resolución de problemas se puede observar que resuelve sin dificultad los problemas simples cuyos datos numéricos son inferiores a cien. Es como si los números grandes intimidasen al niño y que éste pierde la relativa confianza y seguridad que tiene con números pequeños. Aquí se originan muchas de las dificultades que presentan cuando el profesor no se da cuenta de que el niño aún no hace matemáticas porque, aunque resuelva un problema, la forma matemática que emplea no está separada de los aspectos concretos. Entonces el niño hasta que no supere ese estado no puede trabajar sobre los aspectos propiamente matemáticos y aplicar las fases que hemos señalado anteriormente.

Con cierta frecuencia se parte del convencimiento de que en ciertos problemas que se pueden reducir a -

---

(9) PUIG ADAM, P.: La matemática y su enseñanza actual. Publicación de la Dirección General de Enseñanza Media. Madrid, 1960, pág. 102.

una simple suma de problemas elementales, si el niño sabe resolver cada uno de ellos sabrá resolver el problema general. En términos matemáticos, si el niño sabe resolver el problema A y el problema B, teóricamente, debe saber resolver el problema  $A + B$ . Sin embargo, aquí todavía lógica y psicología no coinciden. Experimentalmente se comprueba que el encuentro de dos dificultades crea una dificultad superior a la suma.

Mialaret destaca este tipo de dificultades con el siguiente ejemplo (10): Un niño sabe calcular perfectamente el camino recorrido por un móvil durante un tiempo determinado y, además, sabe resolver los problemas clásicos de encuentro y alcance (tipo: un móvil parte del punto P a velocidad de  $x$  Kms/hora, otro de P' con una velocidad de  $x'$  kms/hora, ¿cuál será la hora de encuentro?). Si un niño sabe resolver estos dos problemas por separado se encuentra ante el problema siguiente, que no es otra cosa que la suma de los dos anteriores, y sin embargo, tendrá muchas dificultades para resolverlo: Un móvil sale a la hora H del punto P con la velocidad V; otro a la hora H' del punto P' con la velocidad V'. ¿cuál será

---

(10) MIALARET, G.: Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan. Pág. 70.

la hora del encuentro?. Para resolverlo basta volverse al problema general definiendo la posición de los dos móviles en el momento en que parte el último. Sin embargo, es to ya resulta un paso difícil para el niño hasta que no - llegue a un nivel de abstracción más elevado.

Este tipo de dificultades es explicado por diferentes psicólogos como consecuencia del modo de desarrollo el pensamiento infantil. H. Wallon concretamente - habla de los "islotes de pensamiento" del niño (11). Ante problemas concretos y de pequeña extensión, éste es capaz de utilizar correctamente toda la riqueza de su lógica, - pero cuando el campo se extiende, la actividad lógica se ve parcelada y el niño no es capaz de aplicarla a varios datos al mismo tiempo.

Cuando el educador no tiene en cuenta estos aspectos puede llevar al niño a una actitud de incapacidad creando el desinterés y la desgana por parte de éste. Por eso es necesario que se progrese lentamente sabiendo que los problemas que parecen particularmente fáciles, pueden contener dificultades insospechadas para el niño.

---

(11) WALLON, H.: Los orígenes del pensamiento en el niño. Nueva Visión, Buenos Aires, 1975, Vol. I., pág.349 ss.

La imposibilidad para el pensamiento del niño - de extender sus esquemas lógicos a situaciones cada vez - más amplias está unida también al hecho de que carece de movilidad. La mente del niño se va conformando hacia una reversibilidad cada vez mayor. Partir de un punto, psico- lógicamente hablando, y ser capaz de volver a él, tomar - conciencia del camino recorrido y de las vías utilizadas, es signo de una evolución intelectual avanzada.

Es pues, la capacidad de reversibilidad del pen- samiento lo que se pone a prueba; la reciprocidad de re- laciones, según Piaget, es el criterio de la conciencia - de estas relaciones (12). La inteligencia resulta reversi- ble cuando es suficientemente dueña de las relaciones pa- ra manejarlas en todos los sentidos y para encontrar la - recíproca de cada una de ellas.

Podemos afirmar, según este análisis, que el - error consiste en partir de lo que parece evidente para - la mente adulta y de que es fácilmente deducible de fór- mulas simples sin pensar que el niño no maneja como el - adulto las fórmulas, los signos, los símbolos, el espacio

---

(12) PIAGET, J.: Introducción a la epistemología genética. Vol. I, Pág. 136.

y el tiempo.

Una de las consecuencias de esta falta de movilidad y soltura del pensamiento infantil, es la imposibilidad en que se encuentra el niño de practicar, en el plano mental, la denominada "conducta del rodeo". El problema se suele presentar, tanto en la vida diaria como en la vida escolar, como la búsqueda de una solución a partir de unos datos. Hallar la solución de un problema, es justamente, dadas las indicaciones contenidas en el enunciado, encontrar lo que falta en apariencia para establecer las relaciones que permitan llegar a la solución. Ahí está el verdadero problema matemático. Los casos considerados anteriormente: suma de problemas simples, por ejemplo, no son más que ejercicios de cálculo. El verdadero problema es el que exige para ser resuelto una actividad psicológica parecida a la del matemático. Y es en este nivel donde surgen las dificultades que llevan al niño al fracaso, cuando no se tienen en cuenta a la hora de desarrollar los diferentes aspectos de su formación matemática.

A parte de las dificultades ya indicadas surgen también otras relacionadas con la insuficiencia infantil en lo que se refiere a la organización del desarrollo temporal. En algunos problemas es necesario ordenar los elementos antes de encontrar los caminos de la solución, y hasta cierta edad esta ordenación resulta imposible para

la mente infantil. En estos casos, aunque el niño sepa - las operaciones básicas y las resuelva con toda soltura, es incapaz de aplicarlas correctamente en la resolución - de problemas. Esto explica el hecho corriente de que cuando se presenta al niño un pequeño problema, por ejemplo, restar 46 de 75, el niño escribe inmediatamente la operación:  $46 - 75$ . Esto mismo ocurre a niveles superiores cuando en un problema los elementos están dispersos en el tiempo, es decir, que el niño debe reconstruir de forma temporalmente lógica el enunciado antes de emprender la búsqueda de la solución.

Su fracaso no está ligado, pues, aquí todavía a una insuficiencia matemática o lógica, sino simplemente a las características generales del desarrollo mental de los niños de su edad. Por eso los niños que presentaban algún tipo de alteración en la estructuración espacio-temporal eran incapaces de resolver problemas por muy simples que fuesen. Por ejemplo, al pedirles ¿cuántas manzanas resultan de 3 manzanas + 2 manzanas?. Esta simple operación significa que: primero hay tres manzanas, se ponen dos y se obtienen cinco. Lo que se descompone en "lo que hay al principio, lo que se hace, lo que hay después". Es, pues, una representación espacial (de izquierda a derecha) de un proceso descompuesto en tres etapas en el tiempo. El mismo proceso se reproduce en la resolución de cualquier tipo de problema y en la ordenación de los datos del mismo.

Resulta evidente que cuando el niño no domina la organización temporal es incapaz de plantear y resolver correctamente los problemas.

Otra de las dificultades que se pueden presentar es la relacionada con la expresión del niño. Ya hemos señalado la importancia del lenguaje en la adquisición de las diferentes nociones matemáticas, que en la resolución de problemas se hace más patente y al mismo tiempo imprescindible tanto para la comprensión como para la expresión y redacción por parte del niño de las soluciones encontradas.

Resulta, pues, que la falta de reversibilidad - del pensamiento del niño, la insuficiencia en el manejo del lenguaje y la expresión, la imposibilidad de una toma de conciencia de los mecanismos psíquicos que se ponen en juego en la búsqueda y en la comprensión de la solución, hacen que el niño, aunque haya encontrado la solución de un problema, se halle en la imposibilidad de redactar correctamente la solución. Entonces, se puede calificar al niño como insuficiente en la comprensión, cuando en realidad se trata de faltas de expresión y no de verdadera comprensión. Como consecuencia, el niño, incapaz de hacer las distinciones anteriores, tiene la impresión de fallar en cálculo sin saber por qué. Corre el riesgo de desanimarse cuando no se trata más que de una cuestión formal y no

de una insuficiencia matemática, propiamente tal.

Los fracasos no están siempre relacionados sólo con una insuficiencia matemática. En todo problema se puede distinguir entre el plano estrictamente matemático y el aspecto tecnológico del problema. De ahí la importancia de tener en cuenta todos los aspectos antes indicados porque en cualquiera de ellos puede encontrarse la explicación - de las dificultades y de los fracasos presentes en los niños.



## VII. EL CALCULO EN LA ENSEÑANZA TRADICIONAL Y EN LA ENSEÑANZA MODERNA DE LAS MATEMATICAS

### 1. ENSEÑANZA TRADICIONAL Y CALCULO

En el análisis de las nociones matemáticas de base que se enseñan a los niños bajo el nombre de cálculo y en el análisis de cuál es la naturaleza de su proceso de adquisición se van poniendo de manifiesto las diferencias entre lo que se puede llamar la enseñanza tradicional de la matemática y la enseñanza actual o moderna.

El objetivo de la enseñanza tradicional de las matemáticas para la denominada escuela primaria se podría resumir al estudio de los números de 1 a 5 primero, luego de 5 a 10, después de 10 a 20, etc.; a la formación, descomposición y escritura de los números: de 1 a 100, decenas, centenas; contar de 2 en 2; de 5 en 5, - de 10 en 10; ejercicios y problemas concretos de suma, - composición, sustracción, multiplicación (primero con una cifra, después con dos, con tres, etc...). De tal manera que el cálculo desempeñaba un papel fundamental, casi exclusivo, en la enseñanza primaria de la Matemática.

Incluso algunos autores (todavía puede apreciarse en las enciclopedias que se utilizaban en las escuelas) distinguían entre aritmética y la matemática, - donde se estudiaba principalmente la geometría).

La así llamada "matemática" ocupaba un lugar preponderante en la enseñanza secundaria y quedaba reducida a unas cuantas nociones en la primaria. Las clásicas cuatro reglas se presentaban en estrecha conexión - con los problemas de la vida ordinaria y puede afirmarse que la mayoría de los alumnos llegaban después de más o menos tiempo a asimilar su significado y adquirir cierta agilidad en los ejercicios de cálculo. Hay que hacer notar, sin embargo, que el niño que no encontraba mayores dificultades al operar con números naturales, sentía en general aversión por los quebrados o fracciones y sobre todo a las operaciones realizadas con ellas.

Esta situación se debía sin duda a una menor - insistencia en la relación de las fracciones con la vida ordinaria ya que, en todo caso, (sobre todo por lo que se refiere a las operaciones) esta relación no aparece tan - patente como cuando se trata de números naturales.

Sin embargo, no todo era positivo ni mucho menos. Una vez captada la relación existente entre una operación y los tipos de problemas que podía resolver, se -

pasaba con frecuencia a la utilización de las reglas, sin detenerse en la justificación de las mismas y, menos aún, sin intentar que fuera el propio alumno el que se encargara de descubrir, a través de ejercicios de dificultad creciente y cuidadosamente graduados, cuál era el método más eficaz para realizar la operación.

Dicha enseñanza la podíamos caracterizar además por los rasgos siguientes: Al niño al inicio se le negaba la posesión de la abstracción matemática, pero no se le ofrecía los medios adecuados para llegar a ella. Las lecciones de cálculo en la escuela primaria así como las de matemáticas en la escuela secundaria, se resumían en unas fórmulas y unas técnicas que era preciso saber aplicar. En cierta medida esto sigue vigente en la enseñanza actual: "La adquisición de las técnicas y la comprensión del cálculo en aritmética, sus aplicaciones a la solución de problemas de la vida ordinaria, siguen siendo el objeto primordial de la enseñanza a nivel elemental" (1).

Estos mismos objetivos aparecen como metas a conseguir por las enseñanzas mínimas del ciclo inicial y ciclo medio de los nuevos programas renovados de la E.G.B.,

---

(1) UNESCO: Nuevas tendencias de la enseñanza de las matemáticas. Vol. I, París, 1973, pág. 3.

tal como puede comprobarse en los bloques temáticos (2).

En realidad bajo el nombre de cálculo concreto, se enseñaba al niño el concepto abstracto ya elaborado: - el número es una abstracción, las cuatro operaciones, que corresponden diversas acciones reales, son también abstracciones, y por ello los niños que han retenido estas técnicas no saben aplicarlas siempre con buena lógica ya que - no se les ha facilitado su comprensión. De esta manera el niño desprovisto de una base psicomanipladora suficiente, ponía a punto técnicas instrumentales de gran rigidez que no eran de hecho más que un montaje de respuestas condicionadas.

Posiblemente esta sea la razón que principalmente explica las dificultades y las lagunas de la enseñanza tradicional de la matemática. A pesar de ello existía el convencimiento que orientaba la actitud pedagógica de que

---

(2) Terminología introducida por el Real Decreto de 9 de Enero de 1981 aparecido en el B.O.E. de 17 de Enero de 1981, por el que se ordena la E.G.B. y se fijan - las enseñanzas mínimas para el Ciclo Inicial.

en todas partes, la operación manual debía preceder a la operación aritmética; la expresión del lenguaje corriente debía preceder a la expresión del lenguaje matemático. Sobre los hechos hay que apoyar los cálculos, las ideas...

Por qué la metodología tradicional a pesar de los buenos principios que la orientaban se desvió tanto tiempo y a veces tan profundamente, es algo que, como afirma, Mazure, habrá que dejar para el estudio de la historia de la pedagogía (3).

El hecho es que la enseñanza tradicional de la matemática trabajaba con conceptos ya elaborados y a partir de ellos intentaba obtener las distintas aplicaciones.

El número era considerado como una entidad separable perfectamente individualizada que comprendía en sí, de forma misteriosa, por medio de una operación que a priori no se sabe si es analítica o sintética, una serie de composiciones y descomposiciones posibles:  $9 = 6 + 3$  o  $4 + 5$  o  $7 + 2$  o  $11 - 2$ , etc.

Se pretendía que el niño llegase cuanto antes a la comprensión de que el número, si bien puede presen-

---

(3) MAZURE, J.: El aprendizaje de la matemática moderna. Planeta, Barcelona, 1981, pág. 31.

tar aspectos diversos, es un elemento invariable que permite evaluar, comparar, agrupar cantidades. El profesor, entonces, al ignorar el origen genético de las operaciones y, por otra parte, al creer que ~~de~~ número se tenía casi - una intuición a priori, se contentaba con lo que podíamos llamar una psicología empirista (4).

Por otra parte, la enseñanza tradicional partía de una serie de supuestos referentes al modo de desarrollarse los niños y a su aprendizaje. Una de estas suposiciones es la que los niños de un determinado nivel cronológico deberían aprender esencialmente las mismas materias... Aunque hay cierta veracidad en el supuesto, ya - que los niños de un determinado nivel cronológico, en un contexto cultural concreto, suelen tener el mismo nivel de desarrollo cognoscitivo y, por tanto, no pueden comprender ciertos conceptos, pero, son capaces de comprender de tratar con otros, llevado esto al extremo trae - consigo consecuencias negativas. En efecto, al forzar a todos los alumnos a aprender lo mismo durante todos los días, el método tradicional ignora el hecho de que existen diferencias individuales en el ritmo de aprendizaje entonces, en el conjunto de una clase, si los niños que

---

(4) Ibidem, pág. 51.

poseen estructuras cognoscitivas distintas se enfrentan con una experiencia idéntica, algunos de ellos encontrarán que esta experiencia les resulta incomprensible y, - por tanto, inasimilable.

Una segunda suposición consiste en que los niños aprenden del profesor a través de unas explicaciones de - textos escritos. Esto es a veces cierto, pero como hemos expuesto ya, los niños exigen una actividad concreta para un aprendizaje genuino. Una actividad verbal o la exposición escrita pueden ser solo eficaces después de haber es tablecido una base sobre una actividad concreta.

No es de extrañar que como resultado de este ti po de enseñanza los fracasos en el área de las matemáticas fuesen de los más numerosos de todas las materias escolares. En realidad, muy pocos se inquietaron por estos fracasos; algunos incluso se jactaban de estar suspensos en matemáticas, hasta tener que rendirse a la evidencia de - que sólo los más fuertes en matemáticas son los que realmente se adaptan mejor a una sociedad esencialmente científica, donde las matemáticas han ido tomando una importanta cia creciente, incluso, en aquellas materias en las que - tradicionalmente no tenían cabida.

Se imponía, pues, reconsiderar en su conjunto - la enseñanza de las matemáticas para que pudiesen benefi-

ciarse de ello, no solamente algunos individuos, sino la mayor parte de los alumnos, pues, ya no estamos en la época de las matemáticas para unos pocos.

## 2. LA MATEMATICA MODERNA Y EL CALCULO

La introducción de la Matemática Moderna en la escuela ha supuesto una conmoción de opinión y una publicidad tal vez exageradas, que ha despertado unas expectativas que después en la práctica no han sido satisfechas.

Como afirma Cattán (5), las matemáticas modernas no tienen nada de moderno en el sentido usual y, a veces, peyorativo del término; no se trata de una moda ni tampoco de un reciente descubrimiento, sino de la fase actual de la evolución de una ciencia. Y es esta evolución de las matemáticas la que exige admitir que la enseñanza no estaba adaptada al estado actual de esta ciencia.

Tradicionalmente las matemáticas han sido estudiadas en virtud de una determinada posición filosófica - que pretendía que las matemáticas tuviesen una existencia real. Orientación que partiendo de Platón ha sido una y -

---

(5) CATTAN, L.: "Matemáticas modernas para niños", en - Trastornos del aprendizaje del cálculo. Fontanela, - Barcelona, 1972, pág. 64.



otra vez repetida a lo largo de la historia. La investigación matemática consistía, pues, en la búsqueda de una verdad absoluta, y el método seguido se puede describir esquemáticamente del modo siguiente: Partiendo de unos postulados se hacía una demostración, razonablemente lógica, que establecía la veracidad de una proposición a partir de unas propiedades aceptadas. Al aplicar estos principios a los objetos particulares y a determinados campos, las matemáticas se fueron escindiendo en diversas ramas, hasta que a mediados del siglo pasado se inició un movimiento que dio lugar a las matemáticas modernas. Dada la complejidad a la que había llegado la matemática, con el fin de ordenar los conocimientos, los matemáticos buscaron la simplificación sin suprimir lo esencial en ningún momento.

Se llega a la conclusión de que los más importante de una teoría es, ante todo el modo de razonamiento. Las matemáticas dejaban de concebirse como un modo de describir lo real, ya no descansaban sobre verdades primarias. En todas las ramas de las matemáticas se descubrieron ciertos tipos de razonamientos: el interés pasó entonces de los objetos a las relaciones existentes entre ellos (6). Era, precisamente, la teoría de conjun-

---

(6) Ibidem, pág. 65.

tos la que ofrecía una base suficientemente neutra para el estudio de los tipos de razonamiento que pudieran ser aplicados a objetos particulares, lo que permitía reunir las antiguas teorías particulares.

En este estudio comparativo de las teorías y - en la búsqueda de relaciones estructurales, se descubrieron tres estructuras fundamentales, irreducibles entre sí:

- a) Estructuras topológicas: basadas en las nociones de vecindad, de continuidad y de límite.
- b) Estructuras algebraicas: cuya característica es la existencia de operaciones directas e inversas y cuya reversibilidad se obtiene por negación.
- c) Estructuras de orden, cuya forma de reversibilidad es la reciprocidad.

El resto de las estructuras pueden considerarse subestructuras de estas básicas, presentando todas ellas una arquitectura común, cuyo estudio constituye el primer objeto de la matemática moderna.

Los psicogenetistas, y concretamente Piaget, - tal como hemos expuesto en el capítulo II, han mostrado que en las actividades del individuo existen estructuras "en el doble sentido de sistemas de conjuntos que cuentan con unas leyes de composición propia del sistema como tal, y sistemas susceptibles de presentar las mismas formas independientemente de sus contenidos distintos" (7).

Ya hemos expuesto como se iban constituyendo - tales estructuras a través del desarrollo por medio de - la acción y de la manipulación de los objetos. En ese - proceso la interiorización de las acciones no suponían - más que el primer paso del proceso de abstracción; pero es preciso que estas acciones interiorizadas lleguen a - ser reversibles, se coordinen y se integren en unas es- tructuras de conjunto. De esta manera se constituyen unas estructuras de transformación que corresponden por una - parte a lo que el sujeto conoce, es decir, a sus capaci- dades de acción o de reacción frente a la realidad, pero que, por otra parte, son de alguna manera unos instrumen- tos de aprendizaje.

---

(7) PIAGET, J.: Epistémologie, mathématique et Psycholo- gie. Presses Universitaires de France, París, 1961, pág. 182.

Al principio de este proceso, las estructuras iniciales se constituyen en el plano de la acción efectiva, es decir, en el plano del cuerpo y de los objetos presentes. Se constituye de esta forma un esquematismo - sensomotor, que es fundamental para la construcción de estructuras posteriores. Con el acceso a la función simbólica, la posibilidad de representación de los objetos y de los acontecimientos prolonga el esquematismo sensomotor pero sin que exista todavía reversibilidad; esta ausencia de reversibilidad impide al niño acceder a las formas elementales de conservación que condicionan todo razonamiento lógico. Con las estructuras operatorias propiamente dichas aparece la reversibilidad y la organización de las primeras estructuras lógicas (clasificación, seriación, conservación, etc.).

Las diferentes estructuras que se observan en las actividades del niño y que se completan durante todo su desarrollo pueden clasificarse según tres grandes categorías (8):

1. Las que se fundan en las semejanzas cuya reversibilidad se basa en la inversión.

---

(8) CATTAN, L.: "Matemáticas modernas para niños". Pág. 68.

2. Las que se fundan en las diferencias cuya -  
forma de reversibilidad es la reciprocidad.
3. Las que se fundan en las nociones de vecin-  
dad, de continuidad y de límites.

Son, pues, los mismos tipos de estructuras que aquellas sobre las que descansan las matemáticas modernas. Sin embargo, esto no quiere decir que el niño nazca ya matemático: las estructuras genéticas no existen más que en las actividades del sujeto. Las estructuras matemáticas son el resultado de una reflexión por parte del matemático que elabora la teoría, pero al mismo tiempo - descansan sobre las estructuras naturales del pensamiento, las cuales bajo formas menos generales, se encuentran a todos los niveles de la evolución del niño y se constitu-  
yen por abstracción a partir de sus acciones.

De aquí parte el fundamento y el objeto de la enseñanza de las matemáticas modernas a los niños. No se trata de inculcar al niño unas fórmulas abstractas sin - más, sino de inducirlo hacia el pensamiento abstracto, - haciéndole tomar conciencia de ciertos sistemas de conjun-  
to que él mismo utiliza en sus actividades. No hay que - creer que los conceptos matemáticos son accesibles en un momento dado, como resultado de la coordinación después - de captar separadamente distintas nociones, sino que, por

el contrario, se hallan en germen en las acciones del niño y pueden deducirse progresivamente de la interiorización y coordinación de las acciones.

Se puede afirmar, pues, que toda la matemática moderna reposa sobre la noción de estructura; es más, - "es esta noción la que precisa y da unidad a este calificativo de moderna" (9).

La mayor repercusión se acusa con la inclusión en los programas escolares de la Teoría de conjuntos (devida a Cantor, finales del siglo XIX) y con el proceso - de naturalización de las Matemáticas, definida por Abascal como "la posibilidad de establecer un algebra o conjunto de reglas operativas o simbólicas correspondiendo a - acciones naturales que escapaban hasta ahora a las Matemáticas" (10).

De ahí que para el ciudadano medio es bastante probable que la Matemática moderna se identifique con la matemática de los conjuntos. Esta identificación cierta-

---

(9) VIDAL ABASCAL, E.: La Nueva Matemática. Ed. Dossat, Madrid, 1961, pág. 11

(10) Ibidem, pág. 8.

mente incorrecta, puede justificarse, ya que el lenguaje conjuntista ha sido la aportación más novedosa de la matemática actual. No se trata de enseñar al alumno de E.G.B. teoría de conjuntos, que surge como respuesta al deseo de fomentar la matemática entera. La teoría lleva consigo cuestiones muy sutiles que caen de lleno dentro de la matemática superior.

El lenguaje conjuntista con nociones tales como la de inclusión, la intersección, la reunión, la complementación, la partición, etc., utilizado como lenguaje natural de los matemáticos desde los primeros niveles de enseñanza, resulta muy formativo. Se trata de tomar la noción de conjunto muy simplemente, de manera que permita estudiar situaciones matemáticas con un vocabulario preciso y útil. El empleo de este tipo de vocabulario se presenta particularmente adecuado en la construcción de conjuntos numéricos. En este mismo sentido Leray afirma: "Una enseñanza moderna y elemental de la noción de número natural debe, no construir una teoría de conjuntos simplista y, por tanto, falsa, sino expresar observaciones empíricas empleando términos conjuntistas en el seno del lenguaje ordinario" (11).

---

(11) LERAY, J.: Texto tomado de la ponencia en el debate sobre la modernización de las matemáticas. Boletín de la Sociedad de Profesores de Matemáticas. Bull. de I.A. P. M. París, 12-1-1973.

A pesar de las expectativas surgidas a raíz de la implantación de la Matemática moderna en los programas de E.G.B., los resultados obtenidos no corresponden a las mismas. Un análisis de dichos resultados no son todo lo positivo que se esperaba, a la vista de los siguientes hechos que se pueden admitir sin discusión:

1. Se ha pasado de unos métodos memorísticos y dogmáticos apoyados fundamentalmente en resultados de la matemática euclidiana, tanto en la enseñanza primaria como en la secundaria, a otros métodos de características similares, pero apoyados en la teoría de conjuntos (12).
2. La enseñanza de la Matemática quedó dividida prácticamente en dos partes: la tradicional y la llamada "Matemática moderna". Esto llevó consigo una mayor cantidad de materia en los programas. El alumno, entonces, a cambio de un simple vocabulario conjuntista, se encontró sin tiempo para aprender las nociones más prácticas. Los alumnos invierten una -

---

(12) BUJANDA JAUREGUI, H.P.: Tendencias actuales en la enseñanza de la matemática. Pág. 23-24.



gran parte de su tiempo y de su actividad - en asimilar unos elementos de la teoría de conjuntos con el objeto de llegar a una mayor clarificación en las nociones básicas, particularmente en las construcciones numéricas.

3. Se ha insistido demasiado y, con frecuencia por encima de las posibilidades de los alumnos, en la construcción y formulación correcta de los distintos conjuntos numéricos, llegando a veces a matizaciones seudofilosóficas sobre la naturaleza de los mismos. Y todo - ello con cierto descuido por lo que se refiere al cálculo; muchas veces considerando el tiempo dedicado al adiestramiento del cálculo como perdido.

Esto llevó a muchas quejas de padres de alumnos lamentándose de que su hijo "no sabe las reglas básicas".

4. La implantación de los nuevos planes se hizo de un modo apresurado, sin dar tiempo a que los profesores pudieran asimilar los nuevos conceptos y técnicas y adaptarse a la nueva situación. Para Bujanda este aspecto es el -

fundamental. No se debe olvidar que el éxito o el fracaso de una reforma educativa reside en gran parte en la formación de un profesorado competente y cordialmente adherido a los principios que inspiran la reforma.

Todo esto ha supuesto una especie de revisión general de la Matemática moderna que ha llevado al Ministerio a una revisión constructiva de los actuales programas y organización de la E.G.B. Tal revisión se fundamentaba en la experiencia recogida desde la promulgación de la Ley General de Educación: "La experiencia recogida desde su aplicación, el progreso científico y pedagógico acontecido en estos últimos años y las importantes transformaciones experimentadas en España aconsejaban una profunda revisión de la ordenación escolar para adecuarla a las nuevas necesidades y condiciones de la época actual" (13).

La revisión de la Matemática no se ciñe exclusivamente a los programas escolares en España, sino que

---

(13) Real Decreto 69/1981, de 9 de Enero, de ordenación de la Educación General Básica y fijación de las enseñanzas mínimas para el Ciclo Inicial. (B.O.E. de 17 de Enero de 1981).

el mismo fenómeno ha ocurrido ya en otros países. (Fauverge y Briancon, Choquet, Leray, Lichnerowicz, etc.).

En el análisis de las dificultades concretas - que hemos encontrado en la muestra destaca, sobre todo, las relacionadas con la comprensión y manejo de las nociones empleadas por la Matemática moderna (inclusión, - intersección, partición, complementación, disyunción, re reciprocidad, etc.) que aunque corresponden a las exigencias mismas de la etapa de las operaciones concretas, cuando no se presentan con la correspondiente manipulación por parte del niño, resulta un lenguaje extraño y poco usual, sin relación inmediata con realidades concretas y, en - consecuencia, sin atractivo para él.

Tales dificultades se acrecientan cuando las - nociones son presentadas a los niños sin haberse cerciorado de que el niño se encuentra en un nivel madurativo y mental adecuado para la iniciación a cada una de ellas, y cuando se sigue un ritmo acelerado en el aprendizaje - de las mismas que no deja tiempo al niño para adquirir el dominio de cada una de ellas, tanto a nivel práctico como a nivel del lenguaje correspondiente.

Como resultado, unas estructuras que teóricamen - te debían de desarrollarse de un modo natural y lógico, - quedan bloqueadas o su desarrollo se distorsiona con el -

consiguiente fracaso y, en cierto sentido, con la incapacidad del niño para comprender los procesos posteriores que se fundamentan en las mismas.

### 3. ORIENTACIONES DIDACTICAS DE LA MATEMATICA

Tanto la experiencia de la enseñanza tradicional de las matemáticas como las aportaciones valiosas que ha supuesto la introducción en los programas escolares de la denominada Matemática moderna, así como las investigaciones psicológicas y pedagógicas del desarrollo de las estructuras mentales, han constituido las bases que deberían estar presentes en la didáctica de las matemáticas.

La didáctica se rige por una serie de principios algunos de los cuales han sido formulados ampliamente por Dienes (14).

En primer lugar, el Principio dinámico. Según este principio, toda abstracción y consecuentemente, toda matemática, tiene su origen en la experiencia. La formación de los conceptos se produce según un proceso psico-

---

(14) DIENES, Z. P.: La construcción de las matemáticas. Vicens Vives, Barcelona, 1970, pág. 31-s.s.

dinámico y es esencial ir en el sentido de este proceso y no al revés. Las experiencias y las situaciones del aprendizaje deben ser pensados para adaptarse a este proceso natural.

En la enseñanza de tipo tradicional, el centro de la didáctica era el profesor y su acción: el enseñar; entendiendo que enseñar bien era transmitir bien los conocimientos, es decir, con un buen orden y claridad, comprendidos siempre desde el punto de vista del profesor o maestro. En este planteamiento, se admitía implícitamente que quien fuera así enseñado, aprendía bien porque aprender, en tal acepción de la enseñanza era, lo pasivo, lo condicionado, lo recibido. Lo realmente activo, dinámico y condicionante era precisamente el enseñar.

Ante los frecuentes fallos y fracasos de una enseñanza así concebida, se llegó a la convicción de que en el aprendizaje estaban presentes muchos más factores que la simple recepción pasiva de unos conocimientos por muy bien transmitidos que sean, y que no hay aprendizaje donde no hay acción del alumno. Esta aportación de la psicología genética, cuya paternidad se atribuye a J. Piaget, hoy día es admitida por todos los psicogenetistas. De este convencimiento surgió el slogan "aprender haciendo" reiteradamente repetido en todos los ambientes pedagógicos (15).

Se trata, pues, de evitar a toda costa que el alumno se limite a aceptar pasivamente las definiciones y abstracciones formuladas por el profesor.

Ya hemos expuesto las consecuencias que derivan cuando al alumno le llega la abstracción sin antes haber experimentado por la acción, el lenguaje, la escritura - los términos y nociones presentes en el proceso de su formación.

El alumno, según lo expuesto, debe sentirse, y ser realmente, creador de su propio trabajo. Como afirma Puig Adam, "El interés del niño por el conocimiento que recibe está en razón directa con la parte activa que toma él mismo en su adquisición. Pensamiento y acción permanecen de tal modo vinculados que si no posible concebir acción sin pensamiento que la conduzca, tampoco se concibe pensamiento sin acción que lo haya provocado" - (16).

---

(15) BUJANDA JAUREGUI, M.P.: Tendencias actuales en la enseñanza de las matemáticas. Pág. 132.

DIENNES, Z.P.: La matemática moderna en la enseñanza primaria. Teide, Barcelona, 1973.

(16) PUIG ADAM, P.: La matemática y su enseñanza actual. Pág. 143.

La tarea del profesor en este tipo de enseñanza no resulta nada fácil; tiene que elegir bien las situaciones a estudiar, las cuestiones a plantear y el modo de plantearlas. Desde el punto de vista del profesor resulta más fácil exponer que sugerir y seguir al alumno en su trabajo de búsqueda; a mayor libertad del alumno corresponde un mayor conocimiento y más profundo por parte del profesor. Pero el esfuerzo que esto supone sin duda merece la pena.

Una enseñanza activa favorece indiscutiblemente la formación del alumno y, en el caso de la reeducación, que ya supone la existencia de fallos y dificultades en el aprendizaje resulta imprescindible para la eficacia de la misma.

En segundo lugar, el principio de la constructividad. Según los psicogenetistas el niño puede pensar de modo constructivo mucho antes de que lo haga lógicamente. Por tanto, es siempre preferible presentar una situación de tal modo que lleve a un pensamiento constructivo antes que a una reflexión y a una comprensión analítica. Por otro lado, no hay pensamiento analítico sin fundamento en algo y, en consecuencia, es preciso que lo que se analice haya sido construido anteriormente. En el aprendizaje de las matemáticas el proceso que lleva a la abstracción y, por tanto, al dominio de los números es -

concebido como una construcción de conceptos matemáticos.

También hemos comprobado como en la construcción de dichos conceptos se encuentra la clave de muchas de las dificultades y de los fracasos en el aprendizaje de las matemáticas, precisamente por no haber sido desarrollados y presentados según el proceso natural con el que aparecen en la evolución mental del niño, atendiendo al mismo tiempo a los diferentes aspectos que dichos conceptos llevan inherentes.

En tercer lugar, el principio de la variabilidad matemática. Para Dienes, "un concepto matemático contiene por lo general un cierto número de parámetros y es la constancia de la conexión entre ellos, incluso cuando dichos parámetros varían, lo que constituye el concepto matemático" (17).

Esto lleva consigo el hecho de que se hagan variar todos los caracteres que no sean esenciales a la estructura del concepto para que la atención del niño se centre en lo que es realmente constante. De hecho, este carácter constante constituirá el concepto matemático general una vez despojado de lo que podríamos llamar las pe

---

(17) DIENES, Z. P.: La construcción de las matemáticas. Pág. 30.



cularidades de lo particular.

Un número lo más variable posible de experiencias para un mismo concepto permitirá al niño generalizar. De esta forma se facilitará la aplicación posterior a casos particulares. El procedimiento inverso permitirá solamente una asociación y no una verdadera comprensión de los conceptos.

En la enseñanza tradicional normalmente no se utilizaba este modo de aprendizaje de las matemáticas. Las matemáticas estudiadas eran casi siempre de tipo asociativo, lo que significa que los niños asocian ciertas situaciones a determinados procesos y repiten estos en cuanto aparecen aquellas situaciones a que están asociados. Si se modifican esas situaciones formulando, por ejemplo, un problema de modo algo distinto o simplemente utilizando letras diferentes, se crea para el niño una situación totalmente nueva y al no saber aplicar los conceptos a la nueva situación por falta de comprensión global, o bien no aplica proceso alguno porque se encuentra desorientado, o bien aplica uno falso con lo cual la respuesta obtenida también es falsa.

Con más frecuencia de que la que sería deseable se presentan casos como lo expuesto atribuyendo tales dificultades a una falta de comprensión por parte del niño

cuando la auténtica causa explicativa radica en la metodología empleada en el aprendizaje.

En cuarto lugar, el principio de variabilidad perceptiva o de concretización múltiple. La esencia de la abstracción consiste en extraer las propiedades que son comunes a situaciones de tipos diferentes. En realidad se necesita presentar estas situaciones como distintas, pero conservando constante su estructura esencial desde el punto de vista conceptual. De las propiedades comunes que se extraigan se formará la abstracción que se intenta obtener.

Por último, el principio de libertad. Un carácter esencial de los principios ya expuestos es su naturaleza abierta, en correspondencia con la naturaleza, también esencialmente abierta, de las matemáticas.

A través de la enseñanza el alumno se va entrenando para el vivir humano. Pero no es posible una vida realmente humana sin una capacidad de criterio propio para apreciar las personas, las cosas y las situaciones, para elegir poderosamente ante varias posibilidades y asumir las consecuencias de la elección hecha. Por lo que se refiere a la educación en libertad a través de la enseñanza de las matemáticas, son interesantes las observaciones de Walusinski: "Este aprendizaje en libertad no es un ca-

mino sin obstáculos; no proponemos tampoco la matemática de la alegría. Hay que considerar, sin embargo, la actitud de los alumnos de ocho, once o quince años ante la actividad matemática que proponemos; el aprendiz se siente responsable de su aprendizaje; del mismo modo que al niño le gusta el juego y juega con seriedad, aprecia la confianza que se le da de ser su propio maestro y el de sus compañeros, mejor todavía, de ser el artífice, entre otros, de una gran construcción, que es una aventura". - (19).

Como consecuencia de este principio los profesores han de orientar su tarea proporcionando al alumno situaciones que favorezcan el correcto desarrollo de su libertad. "En el momento que se consiga que la investigación matemática sea algo ameno, se habrá abierto la posibilidad de alcanzar metas cada vez más altas, y el maestro observará el sucesivo enriquecimiento matemático del ambiente que rodea a los niños de su clase" (20).

Como complemento del principio de libertad Bu-janda habla del principio de socialización (21)

---

(19) WALUSINSKI, G.: Porquoi la mathématique moderne. - Pág. 49.

(20) DIENES, Z. P.: Op. cit. Pág. 171.

(21) BUJANDA JAUREGUI, M.P.: Op. cit. Pág. 134.

Para establecer una situación pedagógica que satisfaga las condiciones fundamentales del aprendizaje de las matemáticas tal como se ha expuesto, se necesita organizar tanto la clase como la comunicación con el alumno - de forma distinta a como normalmente se hace. De lo contrario, la reeducación y el aprendizaje de las matemáticas - en general estará lleno de lagunas y de fallos.

La mayor parte del aprendizaje deberá hacerse - individualmente o con pequeños grupos de alumnos, pues de otro modo es muy difícil considerar las diferencias individuales entre los niños y atender a las peculiaridades y ritmo de desarrollo de cada uno de ellos.

#### RESUMEN Y CONCLUSIONES

Después de presentar el objetivo del presente trabajo, hemos partido en el capítulo segundo del marco teórico en el que se sitúa nuestra investigación.

Dentro del marco de la psicogénesis hemos limitado nuestra investigación a una parcela concreta de esa amplia realidad: la génesis de las estructuras intelectuales que hacen posible la comprensión de los conceptos numéricos y las operaciones matemáticas. La diversidad de funciones intelectuales, que el niño realiza desde que nace, van configurando estructuras intelectuales que partiendo de simples actividades psicomotrices a través de la interiorización de las acciones, desde centraciones sucesivas, representaciones distanciadas de lo real, diferenciaciones y oposiciones cualitativas, incrementan su complejidad para adaptarse a la manipulación y dominio de una realidad compleja y diversa.

Estas estructuras intelectuales pasan por un proceso de desarrollo, orientado hacia una operatividad formal como estadio superior de equilibrio y dominio de la diversidad y movilidad de la realidad.

Dicho proceso se encuentra condicionado en -  
cada estadio por el nivel madurativo alcanzado y por la  
interacción que cada individuo realiza con las caracte-  
rísticas reales que rodean su existencia. Ahora bien, -  
si cada proceso de interacción con la realidad se en-  
cuentra mediatizado por las estructuras funcionales no  
definitivas, construídas en la historia anterior del in-  
dividuo y por las condiciones reales de la situación en  
la que vive, es fácil comprender que toda estructura es,  
en parte, consecuencia de un proceso genético anterior  
y a la vez se convierte en elemento condicionante de -  
las futuras elaboraciones intelectuales.

Para el caso concreto de los conceptos mate-  
máticos y su comprensión por parte del niño, este pro-  
ceso tiene que haber llegado al período de las opera-  
ciones concretas con el conjunto de características -  
que lleva consigo.

En la parte experimental, con los datos obte-  
nidos en la aplicación de las diferentes pruebas a los  
niños con dificultades y fracasos en el aprendizaje de  
las matemáticas, se formaron tres grupos con caracte-  
rísticas peculiares cada uno de ellos, aunque los fa-  
llos y los factores determinantes fuesen comunes entre  
sí. La muestra está constituida por un total de 246 niños.

Los datos más significativos de cada uno de los grupos, en síntesis, son los siguientes:

A. Niños con problemas de nivel mental

-Se incluyeron en este grupo aquellos niños - que presentaban un nivel de inteligencia general dentro de los límites de la normalidad pero con un bajo rendimiento en el área de las matemáticas( 42 % de la muestra).

En cuanto al nivel mental presentan unas puntuaciones, que oscilan entre los límites siguientes:

Inteligencia general verbal:

Límites:	Mínimo: C.I.: 80	Media C.I.: 88
	Máximo: C.I.: 100	

Inteligencia manipulativa:

Límites:	Mínimo: C.I. = 80	Media C.I.: 86
	Máximo: C.I. = 98	

En las puntuaciones de la inteligencia verbal y la inteligencia manipulativa del WISC se da una diferencia que, en algunos casos concretos llega a los 15 -

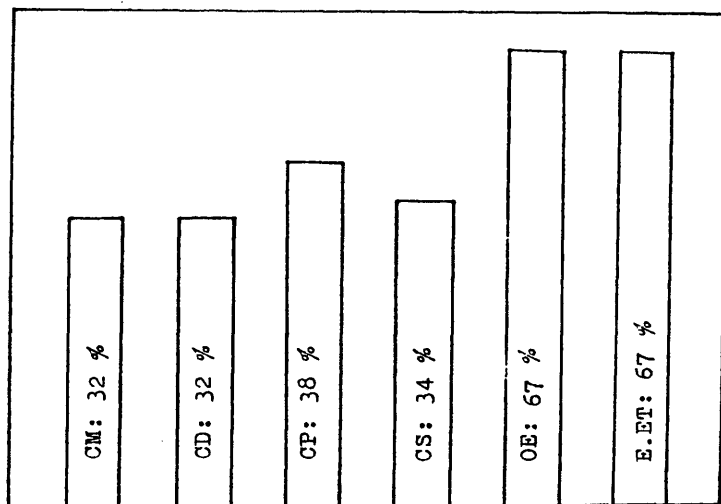
puntos, siendo siempre inferior la obtenida en la inteligencia manipulativa. En las puntuaciones obtenidas en esta última las más bajas corresponden a los subtests - Cubos, Rompecabezas y Figuras Incompletas; precisamente aquellos subtests que presentan mayor relación con actividades que implican a su vez procesos intelectuales de coordinación visomotora, clasificación, configuración, correspondencia, etc.

Asimismo se observa que uno de los niveles más bajos en las puntuaciones corresponde a la capacidad de razonamiento con una media en el C.I. = 82. Dato que viene a confirmar que el nivel de inteligencia por lo que a razonamiento se refiere es uno de los factores determinantes, entre otros, del éxito o fracaso en el aprendizaje de las matemáticas. En este aspecto concreto otras investigaciones han puesto de manifiesto que entre el nivel intelectual del individuo y el éxito en el aprendizaje de las matemáticas existe una correlación de 0'70, lo cual en este campo es significativo. Se puede deducir, según estos datos, que aquellos sujetos que tengan una inteligencia inferior al término medio encontrará dificultades en la comprensión y asimilación de las nociones lógico-matemáticas.

En el examen del perfil psicomotor un 36% presentaba alteraciones en alguno de los aspectos que los -



constituyen:



Gráf. 1º

En este tipo de niños a parte de las alteraciones que se dan en el perfil psicomotor existe un retraso en el proceso madurativo global en la mayoría de los casos, produciéndose una diferencia que va desde los seis meses a los dos años y medio entre la edad cronológica y el nivel del desarrollo mental que corresponde a esa edad.

En este sentido, hemos comprobado que cuánto más se aleja el nivel de desarrollo y el perfil psicomotor, sobre todo, en la organización espacial y en la estructuración espacio-temporal, de la edad cronológica, mayores son las dificultades y más notables las insuficien-

cias en la adquisición y dominio de los conceptos matemáticos y numéricos, incluso los más elementales.

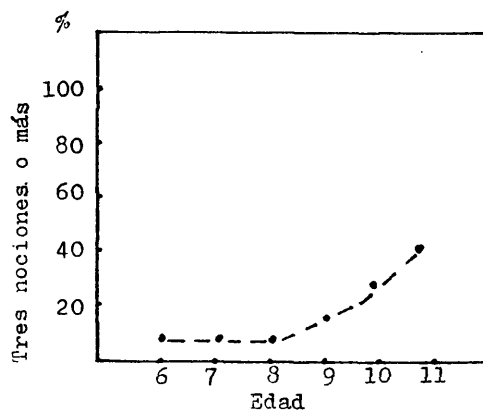
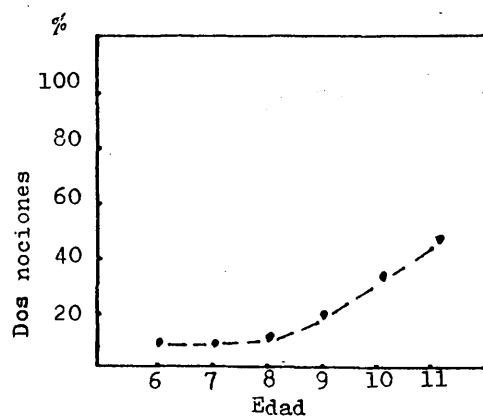
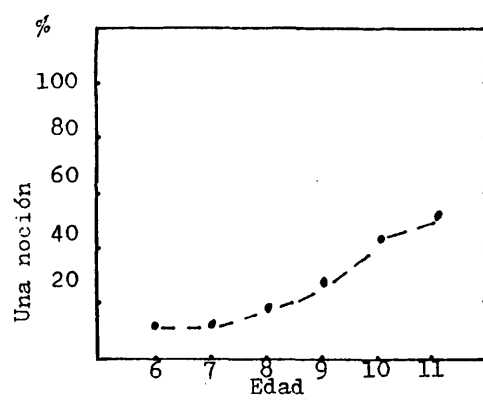
Respecto al desarrollo de la lateralidad los datos de este primer grupo son los siguientes:

Diestros:	74%
Zurdos:	7%
Lateralidad cruzada:	12%
Lateralidad mal afirmada:	7%

La lateralidad en este primer grupo no presenta problema. Sin embargo, todos los niños que presentan una lateralidad mal afirmada tienen un perfil psicomotor inferior a su edad cronológica que va desde el año y medio a los dos años y medio.

Los niños que presentan deficiencias en el perfil psicomotor son los que han obtenido las puntuaciones más bajas en la Escala de Wechsler, especialmente en los subtests, Cubos y Rompecabezas. En este tipo de niños las deficiencias y fracasos en el aprendizaje de las matemáticas se hacen manifiestos desde los primeros cursos.

En cuanto a las nociones básicas los datos obtenidos han sido:



En este primer grupo, aparece un retraso de uno a tres años con relación a la media de los niños de su misma edad. El ritmo de adquisición de las nociones básicas es lento, necesitando más tiempo de lo habitual en su comprensión. A esto se añade la dificultad que presentan para pasar del plano de la acción al de la representación mental de las operaciones. De ahí que necesitan un tiempo de manipulación y ejercicios con material adecuado más extenso que los niños con un nivel mental medio. Dicha dificultad o lentitud se repite en cada uno de los niveles del desarrollo y en la adquisición de los diferentes conceptos matemáticos que llevan consigo.

En cuanto a la comprensión y uso de los números, las dificultades y fallos más frecuentes son los siguientes:

- Dificultad para relacionar los números con los objetos reales. Aunque sepan contar verbalmente y de un modo memorístico, sin embargo, no comprenden el significado de los números ni el uso que de ellos se puede hacer.
- Dificultad en la comprensión de los diferentes sistemas de numeración, especialmente, el decimal.

-Dificultad en la comprensión de la función del lugar que ocupa cada cifra dentro de un número determinado, sobre todo, cuando se trata de cifras con varios números o si en ellas aparece algún cero.

-Dificultad en la comprensión del proceso lógico de las seriaciones especialmente las inversas.

-En la práctica de las operaciones básicas los fallos más frecuentes están en relación con la colocación correcta de las cifras para la realización de las operaciones: unidades con unidades, decenas con decenas, etc.; con la comprensión de la técnica para sumar, restar, con cifras que pasan de las unidades y tener que retener el número de las decenas, centenas, etc., para sumarlo al número siguiente; con la comprensión de poder descomponer un número dado en otros equivalentes: Por ejemplo,  $14 = 7 + 7 = 10 + 4 = 12 + 2$ , etc.; con la aplicación de unas tablas que se aprenden memorísticamente y después utilizarlas en cifras y operaciones en las que interactúan otras funciones que presentan un nivel de dificultad superior a la mera memorización de

las tablas de sumar, multiplicar, restar, etc.

En la resolución de problemas los fallos más -  
frecuentes se refieren a lo siguiente:

-Un 54% de los que dominaban las operaciones bá-  
sicas no eran capaces de aplicarlas a proble-  
mas reales por muy sencillos que fuesen. Con-  
cretamente hemos observado dos tipos de respues-  
ta:

a) Niños que no comprenden el problema: 62%.

No se trata, como sucede con los disléxicos,  
que no comprenden el significado de cada fra-  
se, sino de niños que no comprenden el sen-  
tido global del problema y, por consiguien-  
te, no son capaces de tomar en considera-  
ción todos los aspectos y todos los datos  
al mismo tiempo. Se centran entonces en as-  
pectos parciales y operan sólo con algunos  
de los datos que se les ofrecen en el pro-  
blema.

b) Otros (38%) aún comprendiendo el significa-  
do del problema, no son capaces de descu-  
brir qué tipo de operación se necesita pa-  
ra encontrar la resolución correcta. Enton

ces realiza todo tipo de operaciones sin tener relación con las que realmente se - precisan para resolver el problema. El ni ño sabe que ante los problemas hay que - realizar algún tipo de operación con los datos de los mismos y al no conocer qué ti po de operación se precisa en cada uno opera sobre ellos sin más.

En el aprendizaje de la Matemática moderna las dificultades están relacionadas fundamentalmente con la terminología que emplea en la presentación de unos conceptos que, aunque sean elementales y correspondan al - desarrollo natural de las estructuras lógico matemáticas, sin embargo, al tratarse de términos poco usuales (correspondencia biúnivoca, unívoca, inclusión, pertenencia, complementación, etc...) y sin relación inmediata con la realidad, que ellos manipulan, les resultan excesivamente cargados de un carácter abstracto para el que necesitan largo tiempo antes de poder comprenderlo y muchas ve ces se les pasa apresuradamente de un nivel a otro sin antes asegurarse de la asimilación correcta de cada uno - de ellos, con lo cual las dificultades aumentan.

En la comprensión de estos términos con los - conceptos correspondientes aparece en este tipo de niños un ritmo lento similar al que ya hemos indicado para -

otras nociones básicas necesitando un tiempo de manipulación y experimentación más largo que el que necesitan normalmente los niños con un nivel mental superior. Este ritmo va unido al mismo tiempo a una mayor dificultad para pasar del plano de la acción al de la representación mental y al de la abstracción propiamente dicha.

En cuanto a los datos referentes a las características de la personalidad los más destacados han sido los siguientes:

Con sentimientos de inferioridad: 22%

Inseguridad: 35%

Inmadurez y deficiencia afectiva: 18%

Rasgos inhibitorios y depresivos: 15%

Lo más frecuente es que los niños vivencien su falta de rendimiento y deficiencias con sentimientos de inferioridad e inseguridad en sus tareas, especialmente, en aquellos casos en los que su falta de rendimiento y fracaso coincide con cierta torpeza en el dominio de su cuerpo y con una falta de agilidad en los juegos competitivos. A medida que van siendo mayores este tipo de niños se van negando a realizar actividades escolares y a colaborar con sus compañeros en las tareas comunes.



B. Niños discalculicos y disléxicos:

En este grupo hemos incluido aquellos niños - que presentan al mismo tiempo deficiencias en el aprendizaje del cálculo con alteraciones de tipo disléxico( 22% )

Las puntuaciones obtenidas en la Escala de - Wechsler están comprendidas entre los límites siguientes:

Inteligencia General Verbal:

Límites:	Mínimo: C.I. = 92	Media C.I. = 96
	Máximo: C.I. = 104	

Inteligencia manipulativa:

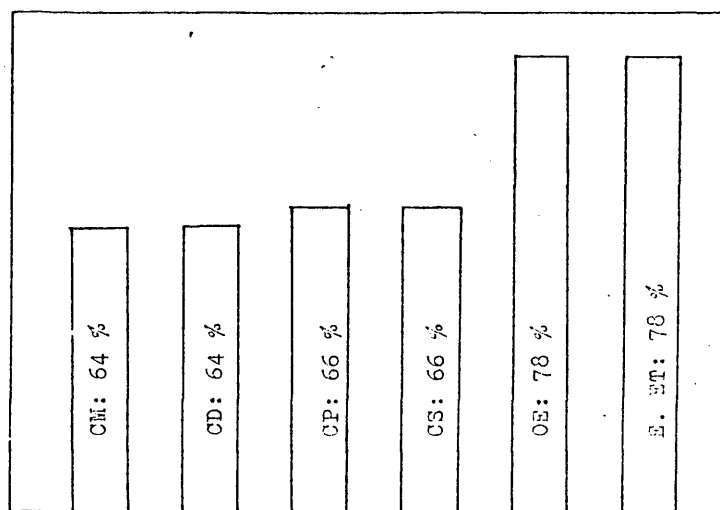
Límites:	Mínimo: C.I. = 80	Media C.I. = 81'5
	Máximo: C.I. = 82	

Se da, pues, una diferencia significativa entre las puntuaciones obtenidas en la Inteligencia Manipulativa y la Inteligencia Verbal aún más marcada que en el grupo anterior.

Teóricamente en este grupo no existe problema en cuanto a la capacidad general o nivel mental. Las dificultades se manifiestan especialmente en algunos de - los factores que integran la denominada Inteligencia Ma-

nipulativa. Concretamente las puntuaciones más bajas aparecen en los subtests Figuras Incompletas, Cubos y Rompecabezas, aquellos que tienen relación con la capacidad perceptivo-visual, organización espacial y representación simbólica, y sus respectivos desarrollos.

En el examen del perfil psicomotor aparecen - deficiencias y alteraciones mucho más notables que en el primer grupo:



En la observación de la lateralidad los datos obtenidos son los siguientes:

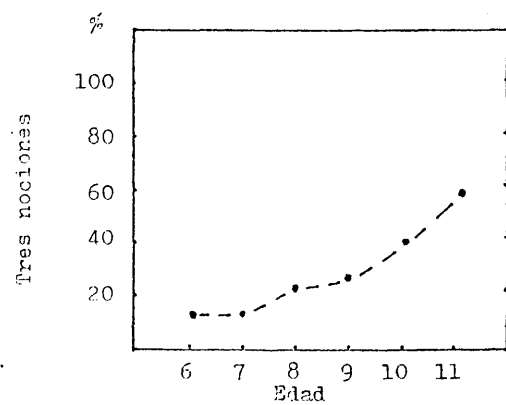
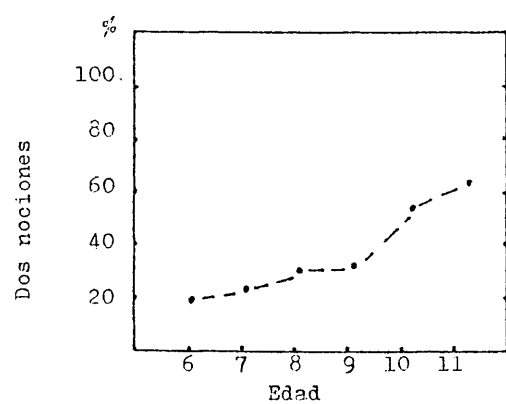
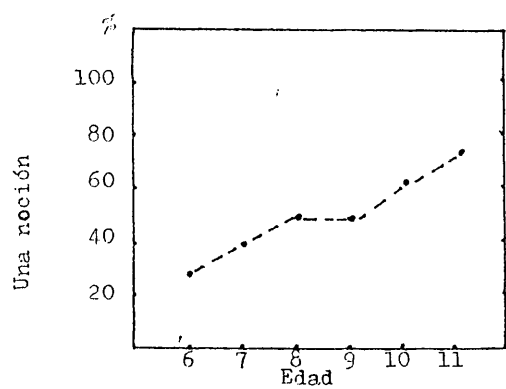
Diestros:	11%
Zurdos:	3%
Lateralidad cruzada:	28%
Lateralidad mal definida:	58%

Estas deficiencias, tanto a nivel del desarrollo psicomotor como de la afirmación de la lateralidad correspondiente, llevan consigo serias dificultades para la adquisición y dominio de las nociones y conceptos matemáticos que tienen su fundamento en ellos.

Lo mismo que ocurría en el primer grupo a medida que se aleja el perfil psicomotor de la edad real del niño, más importantes resultan las deficiencias y mayores los obstáculos que encuentra en la adquisición de las nociones básicas y, por consiguiente, de las estructuras que en ellas se fundamentan imposibilitando al niño para seguir el ritmo normal de aprendizaje como sus compañeros de edad.

Por otra parte, al faltarles el fundamento tanto de su esquema corporal como de las orientaciones espaciales y temporales, todas aquellas actividades que impliquen conceptos, términos o procesos relacionados con estos aspectos están afectados y el niño es incapaz de asimilarlos y utilizarlos correctamente. A pesar de los esfuerzos que realizan para superar esas dificultades como en la práctica normalmente no son compensados con los progresos correspondientes a medida que van avanzando en edad este tipo de niños pierden interés por las actividades escolares ante las que se sienten incapaces para responder a las exigencias que les plantea.

En la adquisición de las nociones básicas los porcentajes obtenidos son los siguientes:



Las dificultades y fallos más frecuentes en el aprendizaje del cálculo son las siguientes:

-Las primeras dificultades se manifiestan ya a nivel de simple numeración. El niño disléxico encuentra serias dificultades en el paso de la acción a la simbolización y por ello le cuesta aprender términos verbales en relación con los conceptos numéricos. Dicha dificultad se manifiesta tanto a nivel de aprendizaje verbal como en la escritura y lectura de los números.

El niño no conoce los números, no los identifica. Al señalarle un número cualquiera de una serie, titubea y se equivoca al nombrarlos o señalarlos. Otras veces si se le dicta un número determinado escribe uno cualquiera.

-Confusión de números de formas semejantes, especialmente, al copiarlos al dictado: 3 con el 8; 6 con el 9; 4 con el 7.

-Escritura de números en espejo, sobre todo, en los zurdos contrariados y con lateralidad mal afirmada.

-Confusión de números simétricos: el uno: 1 ,  
 el tres: 3 , el cuatro: 4 , el seis: 6 ,  
 etc. Inversiones de números: 6 por el 9; 4 -  
 por 7

-Confusión de números de sonido semejante: dos  
 y doce; ocho y dieciocho, etc.

-En la serie numérica los fallos más frecuentes  
 son: repetición del mismo número: 1, 2-2, 3-4,  
 4-5, 6-7, 8-8...; omisión de algún número de  
 la serie: 1-3-4-5-7-9; perseveración: se le -  
 pide realizar una serie y detenerse en un nú-  
 mero dado y el niño sigue contando sin tenerlo  
 en cuenta; si se les pide iniciar la seriación  
 a partir de un número determinado tienen que -  
 empezar desde el principio para poder seguir  
 la seriación: por ejemplo, a partir de 4; en-  
 tonces cuentan en voz baja: 1, 2, 3 y ya si-  
 guen 4, 5, 6, 7, etc.

-En los niños de menos edad al realizar las se-  
 riaciones dentro de un espacio determinado no  
 son capaces de efectuarlas dentro del espacio  
 indicado y escriben indistintamente de arriba  
 abajo o de izquierda a derecha sin tener en -  
 cuenta la dirección señalada.

-Las dificultades aumentan en las series descendentes o si se les pide que las efectúen de dos en dos, tres en tres, etc.

-En las operaciones las dificultades y los fallos a parte de los indicados, giran en torno a la función del lugar que ocupan las cifras dentro de las cantidades y la confusión de los signos entre sí y las orientaciones espaciales.

Como consecuencia el niño no es capaz de alinear las cifras y las escribe sin guardar la relación con las demás. Así al dictarle, por ejemplo, las cantidades para una suma o resta, no coloca las unidades debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, etc. y lo mismo hace con los subproductos de la multiplicación.

-En la suma y resta inicia las operaciones por la izquierda en vez de hacerlo por la derecha. Algunos realizan la mitad de la operación con la mano derecha y la otra mitad con la izquierda.

-Dada la dificultad para discriminar entre los

distintos signos en la misma operación unas - veces suman y otras restan.

-Cuando en la suma se pasa de la unidad a las decenas fácilmente se olvidan de las que llevan o escriben el número total de las unidades y de las decenas falseando totalmente el resultado.

-En la multiplicación los fallos son similares y una de las dificultades más frecuentes es la de no saber por dónde empezar la operación si por la derecha o por la izquierda.

En la resolución de problemas aparecen los fallos y dificultades características de los trastornos disléxicos y que están basadas principalmente en alteraciones de tipo verbal y lingüístico o perceptivo motores.

-Las dificultades de tipo verbal se manifiestan al copiar el enunciado de los problemas en los que aparecen omisiones, cambios de letras, inversiones, sustituciones, inclusiones, distorsiones, que hacen en muchos casos inteligible el enunciado para el mismo niño que lo escribe. Entonces el niño al no comprender qué tipo de operación se precisa para resolver



el problema en unos casos no hace nada, en -  
 otros, suma, resta, multiplica, al azar y sin  
 sentido, poniendo de manifiesto al mismo tiem  
 po los fallos antes señalados en las operacioo  
 nes.

-Confusión de términos opuestos: izquierda-de-  
 recha, arriba-abajo, quitar-poner, poco-mucho,  
 mayor que, menor que, grande-pequeño, largo-  
 corto, sobrar-faltar, etc...

-Las alteraciones en la estructuración espacio-  
 temporal cobra en la resolución de problemas  
 un interés espacial ya que en todo problema -  
 por muy simple que sea existe una ordenación  
 de elementos cuya comprensión resulta difícil  
 para el niño disléxico. En todo problema se -  
 puede distinguir entre:

lo dado (antes), lo que se hace (lo presente)  
 el resultado al que hay que llegar (después)

-El niño necesita dominar una serie de términos  
 relacionados con conceptos temporales que no -  
 siempre tiene asimilados precisamente por los  
 trastornos que tiene a nivel de organización  
 espacio-temporal, como son: al principio, an-

tes, ahora, después, en medio, al mismo tiempo.

-Cuando los problemas incluyen varias operaciones a realizar en tiempos distintos las dificultades de los niños disléxicos aumentan; lo mismo sucede con problemas en los que se combinan nociones espaciales con nociones temporales como ocurre en los problemas de móviles.

En el aprendizaje de las Matemáticas modernas ocurre lo mismo que con el grupo primero. La mayor dificultad radica en la asimilación de unos términos poco usuales y cargados de un elevado grado de abstracción para el que este tipo de niños tiene especial dificultad.

Un 64% confunde los signos parecidos o de significado opuesto entre sí:

+	-	=	≠
∩	U	x	:
€	≠		
<	>		

Las características referentes a su personalidad se puede resumir las más destacadas a lo siguiente:

-Falta de confianza en sí mismos e inseguridad: 38%

- Inestabilidad emocional: 26%
- Inhibición, depresión y oposición: 29%
- Impulsividad, timidez, pasividad: 7%

La falta de confianza en sí mismo se va acentuando con la edad, a lo que se une un desinterés por las actividades escolares motivadas por los infructuosos esfuerzos realizados para superar las dificultades con que se encuentran y ante las que se sienten incapaces de superar con éxito. Tales esfuerzos les llevan a veces a un elevado grado de fatigabilidad con la consiguiente falta de atención y concentración en sus actividades.

#### C. Niños con problemas de diversa índole

En este tercer grupo, constituido por el 36% de la muestra, hemos incluido aquellos niños que tienen un nivel de inteligencia normal, un desarrollo de los diversos aspectos que constituyen el perfil psicomotor adecuado a su edad y un ritmo de aprendizaje general propio también de la edad en que se encuentra, sin embargo, presentan un conjunto de fallos y trastornos en el aprendizaje del cálculo y de las matemáticas cuya causa explicativa inmediata está en relación con una falta de concentración y atención motivada a su vez por factores muy diversos.

Las puntuaciones obtenidas en la Escala de -  
Wechsler oscilan entre los siguientes límites:

Inteligencia General Verbal:

Límites:      Mínimo: C.I. = 88      Media C.I. = 109  
                 Máximo: C.I. = 118

Inteligencia manipulativa:

Límites:      Mínimo: C.I. = 86      Media C.I. = 102  
                 Máximo: C.I. = 116

No existe, pues, dificultad en cuanto a la capacidad mental se refiere.

De los datos obtenidos en el perfil psicomotor tampoco se deducen alteraciones a este nivel. No se han observado retrasos superiores a seis meses en ninguno de los casos en cuanto al perfil general. Los perfiles presentan la forma de dientes de sierra, típicos de los niños con dificultades caracteriales y con disarmonías de tipo afectivo y de inadaptación. Aspectos reflejados en las respuestas dadas en el subtest de Comprensión.

Donde sí aparecen alteraciones importantes es en la atención: un 72% de los niños de este grupo presentan problemas relacionados con este aspecto.

En cuanto a los fallos concretos y dificultades más frecuentes en el aprendizaje del cálculo existe una diferencia notable respecto a los grupos anteriores.

-Al no presentar alteraciones en el desarrollo psicomotor, en la adquisición de las nociones básicas, ni tampoco en el paso de la acción a la simbolización, estos niños comprenden sin dificultad la numeración, lectura y escritura de los números, los diversos sistemas de numeración, paso de las unidades a las decenas, de éstas a las centenas, etc.

-Asimismo comprenden fácilmente el mecanismo de las operaciones y su aplicación. Pero donde se presentan los fallos es en la realización concreta de las mismas.

Los fallos y dificultades encontrados en este aspecto son los siguientes:

-Necesita utilizar elementos auxiliares: dedos, rayas, palitos, etc. para realizar las operaciones durante más tiempo que sus compañeros de igual edad y nivel mental. De lo contrario si se les pide que lo efectúen mentalmente o bien se muestran incapaces o bien los error

res y equivocaciones aumentan considerablemente.

-Dificultad manifiesta en la retención de las tablas.

-Equivocaciones frecuentes en el cálculo mental con una rapidez y exactitud inferior a sus compañeros.

-En la realización de las operaciones se olvidan de las que llevan, suman las columnas como si fuesen independientes entre sí; si se les interrumpe en una operación determinada - fácilmente se bloquean o si la continúan la - realizan erróneamente; cuando las operaciones son repetitivas o si se trata de series simples se equivocan con gran facilidad, o realiza unas operaciones por otras; en las tablas de multiplicar necesitan empezar por el principio para llegar a un número dado, ya - que si no recurren a ese procedimiento son - incapaces de recordarlo individualmente sobre todo con los números superiores al 5 (6, 7, 8, 9).

En la resolución de problemas no presentan di

ficultades en cuanto a la comprensión global de los mismos. Unicamente se pone de manifiesto la diferencia existente entre las diversas formas de presentar o formular un problema según se haga de una forma concreta, intermedia o abstracta.

Los fallos concretos se dan en la realización de las operaciones que los problemas llevan en su resolución:

- Confusión y sustitución de unos números por otros.
- Omisión de algunas de las operaciones que se necesitan para llegar a los resultados.
- Operaciones sin terminar
- Frecuentes correcciones y tachones de lo hecho.
- En la realización concreta de las operaciones aparecen los fallos indicados anteriormente.

Todo parece indicar, pues, que, en este grupo, los fallos no están relacionados con una falta de capacidad mental o insuficiencias en su desarrollo psicomotor

sino relacionados con una falta de atención y de concentración motivados por una determinada estructuración de su personalidad en la que están presentes factores de naturaleza muy diversa.

En las características de la dinámica de la personalidad de los niños de este tercer grupo existe una acentuación en el modo de estructurarse los rasgos que la componen. Se trata de niños inadaptados, inquietos, nerviosos, impulsivos, etc. cuyos factores determinantes son muy diversos y exceden los propósitos del presente trabajo.

Los aspectos más destacados son los siguientes:

- Inestabilidad emocional: 39%
- Timidez, depresión y sentimientos de inferioridad: 29%.
- Falta de confianza en sí mismos: 24%
- Oposición y reacciones agresivas: 10%
- Introversión, infantilismo y celos: 7%

A nivel de relación social con sus compañeros suelen ser niños que fácilmente quedan excluidos de los juegos escolares y en las actividades comunes ningún compañero les elige para trabajar con ellos. Unas veces aparecen como distraídos constantemente y en otros casos



con un nerviosismo a simple vista injustificado por lo -  
que sus compañeros no les aceptan.

Del conjunto de datos observados y después de un análisis cualitativo de los mismos se pueden formular una serie de conclusiones generales sobre los factores - determinantes de las dificultades y fracasos en el aprendizaje del cálculo.

1ª.) El nivel de desarrollo mental en que se encuentra el niño en los diferentes períodos constituye uno de los condicionantes básicos en la adquisición de las nociones y conceptos matemáticos. La diversidad de actividades que el niño realiza desde que nace va configurando un conjunto de estructuras que, partiendo de simples actividades perceptivas o motoras, a través de la - interiorización de las acciones, descentraciones sucesivas, representaciones distanciadas y oposiciones cualitativas, son las que posibilitan en cada nivel la comprensión de las diferentes nociones y conceptos inherentes - al pensamiento matemático.

El desarrollo de tales estructuras presentan un carácter progresivo en el que cada uno de los diferentes niveles se asienta en los precedentes y condiciona a los que le siguen. De esta manera cuando existe algún tipo de alteración, retraso, ausencia o distorsión de los

aspectos que constituyen las diferentes estructuras y - que a su vez integran dichos niveles, repercute en todo el proceso con diferentes manifestaciones, pero con la consecuencia lógica de una incapacidad para la comprensión de los conceptos y normal desarrollo de las estructuras posteriores.

Para la comprensión concreta del número y las operaciones realizadas con él, el proceso de las estructuras lógico-matemáticas tiene que haber llegado al nivel operatorio y haber desarrollado, asimilado y comprendido un conjunto de nociones básicas como la de conservación, seriación, clasificación, orden, equivalencia, etc. cuya característica común y básica es la reversibilidad. Sin estas nociones el niño podrá reconocer los distintos números e incluso repetir de memoria las tablas, pero desconocerá su significado y aplicación.

2a.) Para que el niño sea capaz de comprender y asimilar el concepto de número necesita haber - desarrollado y adquirido un conjunto de nociones y conceptos cuyo origen y desarrollo son de naturaleza psicomotriz. Por eso cuando existe algún tipo de alteración, deficiencia o retraso en los diferentes aspectos que - configuran y constituyen el perfil psicomotor (conocimiento del esquema corporal, coordinación psicomotriz,

organización perceptiva, orientación espacial, organización temporal, estructuración espacio-temporal...) - el niño no adquiere o retrasa el<sup>o</sup> fundamento y dominio de un conjunto de nociones y términos imprescindibles para la formación de las estructuras lógico-matemáticas posteriores.

El desarrollo psicomotor se convierte así en una de las condiciones básicas para el desarrollo psicomatemático. La psicomotricidad se entiende como una concepción del desarrollo, según la cual, se considera que existe una identidad entre las funciones neuromotrices del organismo y sus funciones psíquicas. Entonces - funciones neuromotrices y funciones psíquicas en el niño no son más que dos formas de ver lo que, en realidad, no es más que un proceso único. Las técnicas desarrolladas por la psicomotricidad están basadas en el principio general, repetidamente experimentado y demostrado, de que el desarrollo de las capacidades mentales de representación, simbolización, abstracción, análisis, síntesis, etc... se logra solamente a partir de la propia actividad corporal, a partir de la correcta construcción y asimilación de lo que se llama el "esquema corporal".

El propio cuerpo es en el niño el elemento -

básico de contacto con la realidad exterior. Para llegar a la capacidad de representación, de traducción a un lenguaje simbólico, de análisis, síntesis y dominio mental del mundo exterior, de los objetos, de los acontecimientos y de sus relaciones, es necesario que hayan sido realizados por el niño de forma concreta y a través de su propia actividad.

Dentro de la noción del esquema corporal destacan tres aspectos condicionantes de las estructuras lógico matemáticas: lateralidad, temporalidad y espacialidad. Aspectos que a su vez constituyen la base de la misma comunicabilidad.

El esquema corporal, centro y eje de las nociones básicas de las estructuras lógico matemáticas, se desarrolla por la actividad, por el movimiento. En este sentido estamos de acuerdo con A. Lapierre cuando afirma que "todo movimiento es indisoluble del psiquismo que lo produce, e implica, por este hecho, a la personalidad completa. Y a la inversa: el psiquismo en sus diversos aspectos (mental, afectivo, visceral, reaccional, etc.) es indisoluble de los movimientos que han condicionado y siguen condicionando su desarrollo. El movimiento se nos parece como una forma del pensamiento, un producto del psiquismo y un factor de construcción y mo

delado de este último. Parece incluso que el movimiento sea la primera forma del pensamiento abstracto" (1).

Al mismo tiempo el movimiento del cuerpo es - inseparable del aspecto relacional del comportamiento y esta interacción y relación del individuo con su medio ambiente, tanto físico como social, constituye la causa del desarrollo psíquico y de todas las estructuras y capacidades mentales.

De esta manera a través de la psicomotricidad y mediante la planificación de actividades que garanticen el desarrollo de todos los aspectos que la integran, tal como hemos descrito, no sólo estamos educando hábitos neuromotrices necesarios para el normal desenvolvimiento del niño y de sus aprendizajes, sino que se ponen en funcionamiento sistemas de actividad cerebral y psicológica (sensación, percepción, atención, - lenguaje, funciones simbólicas, abstracción, etc...) - que constituyen la base del pensamiento lógico y, por tanto, de las estructuras intelectuales que capacitan al niño para la comprensión de los conceptos matemáticos y de sus aplicaciones.

---

(1) LAPIERRE, A.: La reeducación física. Vol. I, pág. 26-27.

Por la psicomotricidad además el niño controla las manifestaciones de lo visceral íntimamente ligado a lo afectivo. Control de uno y otro que tiene una relación relevante en los procesos de atención.

3ª.) En el proceso de adquisición y comprensión de los diferentes aspectos, nociones, términos y conceptos, que constituyen las estructuras lógico-matemáticas, que a su vez hacen posible la comprensión del concepto - de número, se da una secuencia que es condicionante para el correcto funcionamiento del mismo y que no es otra que la de la acción-lenguaje-simbolización. Es decir, para que el niño llegue a la comprensión adecuada de los conceptos numéricos, tiene que partir de su propia actividad y desde ésta adquirir el lenguaje matemático que traduce a un nuevo nivel las relaciones descubiertas por la propia acción, relaciones que se representan por unos signos o símbolos abstractos y que pueden ser aplicados a cualquier realidad.

De esta manera cuando al niño se le presentan los signos numéricos sin antes haber experimentado y manipulado a través de su propia actividad con objetos, cosas, etc., las relaciones representadas por aquellos signos, éstos carecen de significación para él y su comprensión no deja de ser un pseudoconocimiento sin fundamento ni utilidad alguna. De ahí que del modo cómo se le pre-

senten al niño el conjunto de nociones, términos y conceptos numéricos depende la idea que se forma de las matemáticas. El proceso tiene un desarrollo que sigue unas pautas determinadas y cuando no se tiene en cuenta cada uno de los pasos que lo integran el resultado es una interrupción del mismo que lleva al niño al fracaso o aumentar las dificultades con el consiguiente retraso por tener que superar estas antes de seguir avanzando.

4ª.) En el desarrollo del proceso que constituye las estructuras lógico-matemáticas existe un ritmo que es característico de cada niño y que está relacionado con su nivel mental. No todos presentan el mismo ritmo de evolución y, por consiguiente, unos tardan más que otros en pasar de unos niveles a otros y en comprender las nociones, los términos, los signos, las operaciones, etc. que intervienen en dicho proceso. En este sentido, la dificultad mayor la presentan los niños con un nivel mental bajo o límite, sobre todo, al pasar del plano de la acción al de la representación simbólica, así como los niños disléxicos por tener deficiencias que dificultan tal paso.

Habría que comprobar, pues, que en cada nivel de desarrollo el niño ha asimilado los aspectos que cada uno lleva consigo y, concretamente, en el nivel de la simbolización tendrá que haber interiorizado y asimilado todas las nociones previas y haber llegado al nivel ma-

durativo correspondiente, de lo contrario la iniciación en los signos y en las operaciones matemáticas - por muy simples que sean no tendrán significado para él. Muchos de los fallos observados se debían precisamente por suponer que el niño ya dominaba unas nociones, unos términos, unos signos o un lenguaje, etc..., porque se encontraba ya en la edad correspondiente para ello, pero que, en realidad, no era más que mera apariencia externa.

Tiene, pues, gran importancia para la eficacia práctica que en la educación y el aprendizaje de las nociones básicas y del cálculo se tenga en cuenta los niveles y ritmos personales. Como decíamos antes, el problema no consiste en llevar a los niños en un tiempo - igual a niveles diferentes, sino en llevar a todos los niños, en tiempos variables, a un determinado nivel, que no será otro que el llamado comprensión de las operaciones. Si no se aseguran perfectamente el conjunto de procesos indicados, si no se aseguran los fundamentos de - las matemáticas posteriores, se construye el edificio en el vacío y el educador se encontrará con dificultades y fracasos que él mismo ha creado. De ahí la importancia que representa para el desarrollo posterior los inicios en el cálculo, puesto que constituye el fundamento en - la formación de la mentalidad matemática.

La experiencia demuestra que no se adelante - nada con apresurar al niño a llegar cuanto antes al do-



minio de las operaciones si los pasos previos no han sido desarrollados y han sido superados con éxito por parte del mismo.

Dado que la mayor dificultad consiste en llegar a la conexión entre una actividad determinada real o imaginaria y su traducción a un cierto lenguaje con signos propios (+, -, x, :, <, >, =, ≠ ...), el ir y venir del pensamiento de los datos a la representación y - de ésta a los datos es fundamental para la formación del razonamiento matemático.

5ª.) La práctica de las operaciones, cuando ya se ha llegado al nivel operatorio, plantea, sin embargo, problemas psicológicos muy diferentes según la formulación o presentación que se haga de las mismas. Hecho que pone de manifiesto que no existe una concordancia total entre el desarrollo psicológico y el desarrollo matemático. Problemas que a nivel matemático no suponen más - que la concatenación de una serie de operaciones simples aumentan notablemente la dificultad psicológica en su - resolución. Cuando este aspecto no se tiene en cuenta fácilmente se le puede someter al niño a realizar operaciones para las que aún no tiene el nivel psicológico correspondiente con el consiguiente perjuicio que esto lleva consigo.

6ª.) En la reeducación a los niños con deficiencias y fracasos en el aprendizaje del cálculo se impone,

pues, conocer qué son las nociones matemáticas de base que se enseñan a los mismos bajo el nombre de cálculo y cuál es la naturaleza de su proceso de adquisición. El reeducador no puede contentarse con un conocimiento parcial: toda reeducación como toda enseñanza, es como una construcción de la que no puede desestimarse etapa alguna. Entonces tendrá que conocer las distintas nociones y conceptos matemáticos, las relaciones que los unen y cómo unos derivan de otros, en resumen, como decíamos, tener un sistema de referencias para saber analizar las dificultades concretas que cada niño puede presentar en este campo, con objeto de desarrollar las diferentes nociones en un orden tal que el niño pueda asimilarlas. El verdadero enfoque de las matemáticas modernas correspondería especialmente a esta necesidad.

Si en esta reeducación se observa que en el proceso y desarrollo de las nociones básicas ha existido alguna deficiencia habrá que volver de nuevo al nivel adecuado y recorrer cada uno de los pasos de modo seguro, cerciorándose que desde la acción más simple al nivel de abstracción más elevado ha existido una asimilación correcta.

# B I B L I O G R A F I A

- ABLEWHITE, R.C.: Las matemáticas y los menos dotados. Morata, Madrid, 1971.
- AEBLI, H.: Una didáctica fundada en la psicología de J. Piaget. Kapelusz, Buenos Aires, 1973.
- AIZPUN, A.: Guía didáctica de la matemática moderna en la escuela. Vicens Vives, Barcelona, 1967.
- AJURIAGUERRA, J.: Manual de psiquiatría infantil. - Toray-Masson, Barcelona, 1977.
- AJURIAGUERRA, J. y otros: La dislexia en cuestión. Pablo del Río, Madrid, 1977.
- ALPERIN, E. y otros: Pautas del desarrollo de la inteligencia infantil. El Ateneo, Buenos Aires, 1978.
- ALESANDRON, KOLMOGORON, LAURIENIEV y otros: Las matemáticas, su contenido, método y significado. Alianza Editorial, Madrid, 1976.
- ALEXANDER, G.: La eutonía. Un camino hacia la expresión total del cuerpo. Paidós, Buenos Aires, 1979.
- ANTON, M.: La psicomotricidad en la parvulario. Laia, Barcelona, 1979.
- AUBIN, H.: El dibujo del niño inadaptado. - Laia, Barcelona, 1974.
- AYUSO, J. y otros: Pitágoras 1; Pitágoras 2. Ediciones S.M., Madrid, 1981.
- AZCOAGA, J.E.: ¿Qué es la dislexia escolar?. Biblioteca Rosario, Buenos Aires, - 1969.
- Trastornos del lenguaje en el niño.

El Ateneo, Buenos Aires, 1977.

AZCOAGA, J.E. y otros: Alteraciones del lenguaje en el niño. Biblioteca Rosario, Buenos Aires, 1971.

Los retrasos del lenguaje en el niño. Paidós. Buenos Aires, 1971.

AZCOAGA, J.E. y otros: Alteraciones del aprendizaje escolar. Diagnóstico, fisiopatología, tratamiento. Paidós, Buenos Aires, 1979.

BANDET, J. y otros: Los comienzos del cálculo. Kapelusz, Buenos Aires, 1968.

Elementos de historia de las matemáticas. Kapelusz, Buenos Aires, 1978.

BANDRES, P. y SABATER, L.: Ejercicios para recuperación de las dislexias. Escuela Española, Madrid, 1977.

BARA, A.: La expresión del cuerpo. Ed. Búsqueda, Buenos Aires, 1975.

BEAUVERD, A.: Antes del cálculo. Kapelusz, Buenos Aires, 1967.

BENOS, J.: La infancia inadaptada y la educación psicomotriz. Ed. Médica Panamericana, Buenos Aires, 1973.

BENTON, A.: Introducción a la neuropsicología. Fontanella, Barcelona, 1971.

BERGE, Y.: Vivir tu cuerpo. Narcea, Madrid, 1977.

BERGES, J. y LEZINE, I.: Test de imitación de gestos. Toray-Masson, Barcelona, 1975.

El desarrollo psicológico de la primera infancia. Pablo del Río Editor, Madrid, 1978.

BERGES, J.; y BOUNES, M.: La relajación terapéutica en la infancia. Toray-Masson, Barcelona, 1977.

BERNARD, M.: Le corp. Ed. Universitaires, París, 1976.

- BIRDH, H.G. y GUSSONI, D.: Niños en desventaja. Enfoque social. Eudeba, Buenos Aires, - 1976.
- BLANEY, H.: Cómo enseñar las nuevas matemáticas en la escuela elemental. Uthea, México, 1968.
- BOBATH, C. y KONG, A.: Trastornos cerebro motores en el niño. Ed. Médica Panamericana, - Buenos Aires, 1976.
- BRAVO, B. y VALDIVIESO, L.: Trastornos del aprendizaje y de la conducta escolar. Nueva Universidad, Santiago de Chile, 1977.
- BRUN, J.: "Pedagogía de las matemáticas y psicología: análisis de algunas relaciones". En Infancia y Aprendizaje, nº 9, Madrid, 1980.
- Educattion mathematique et developement intellectuel. These de - 3º cycle. Université de Lyon II, 1975.
- BRUNER, J.R.: El proceso de educación. Uthea, México, 1972.
- Hacia una teoría de la instrucción. Uthea, México, 1972.
- Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo. Pablo del Río. Madrid, 1980.
- El proceso mental en el aprendizaje. Narcea, Madrid, 1978.
- The relevance of education. W.W. Norton, New York, 1971.
- BUCHER, H.: Estudio de la personalidad del niño a través de la exploración psicomotriz. Toray-Masson, Barcelona, 1976.
- BUJANDA JAUREGUI, M.P.: Tendencias actuales en la enseñanza de la matemática. Edic. S. M., Madrid, 1981.
- BURGOS, P.: Iniciación a la matemática moder-

na. Selecciones Científicas. Madrid, 1973.

CABELLO, J. y CELA, P.: Sentido de la matemática en el escolar y ciclo preparatorio. Narcea. Madrid, 1980.

CALMY, G.: La educación del gesto gráfico. Fontanella, Barcelona, 1977.

CAMPOS, J. y otros: Niños difíciles. Diagnóstico y tratamiento. Karpós. Madrid, - 1979..

CASANOVA RODRIGUEZ, M<sup>a</sup>: La dislexia. Anaya, Salamanca, 1976.

CASTELNUOVO, E.: La matemática (Vol. 1 Número. Vol. 2, la geometría). La nuova Italia Edit. Firenze, 1979.

Didáctica de la matemática moderna. Trillas, México, 1976.

CATEGNO, G.: Pour un enseignement des mathématiques. Neuchatel, Delechaux et Niestlé, 1965 Didattica della matematica. Nuovo Italia Ed. Florencia, Traduc. de Robledo, F.: Didáctica de la matemática moderna. Trillas, México, 1975.

Guía para el método de los números en color. Cuisinaire de - España, Madrid, 1963.

COMPAGNON, G. y TOOMAT, M.: Educación del sentido rítmico. Kapeluzs, Buenos Aires, - 1975.

COLERUS, E.: Breve historia de la matemática. Doncel, Madrid, 1971.

CORIAT, L.F.: Maduración psicomotriz en el primer año. Ed. Hemisur, Buenos Aires, 1974.

COSTALLAT, D.M.: Psicomotricidad. El niño deficiente mental y psicomotor. Losada. Buenos Aires, 1973.

- COSTE, J.C.: Las 50 palabras claves de la psicomotricidad. Ed. Médico y Técnica, Barcelona, 1980.
- Corps et graphie. L'Expression psychomotrice de l'enfant dans le dessin et la peinture. Epi, París, 1975.
- Relaxation psycho-syntonique. Ed. Universitaires, París, 1976.
- COSTE, J.C., SOUBIRAN, G.B.: Reeducación psicomotrice et relaxation psychosomatique. - Doin, París, 1974.
- COURANT, R., ROBRINS, H.: ¿Qué es la matemática?. Aguilar, Madrid, 1971.
- CRITCHLEY, M.: El niño disléxico. Marfil, Alcoy, 1976.
- Dislexia en evolución. Salero, - Buenos Aires, 1966.
- CHRISTENSEN, A.L.: El diagnóstico neuropsicológico de Luria. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1978.
- DAURAT, H., DELJAR, D., STAMBAK, M. Y BERGES, J.: Manual de la prueba del esquema corporal. T.E.A., Madrid, 1980.
- DEFONTAINE, J.: Terapia y reeducación psicomotriz. Ed. Médica y Técnica, Barcelona, 1978.
- La psicomotricidad en imágenes. Ed. Médica y Técnica, Barcelona, 1979.
- Manual de reeducación psicomotriz. Ed. Médica y Técnica, Barcelona, 1978.
- DELVAL, J. (Comp.): Lecturas de psicología del niño. (2 vol.). Alianza Universidad, - Madrid, 1978.
- DIENES, Z.P.: Cómo utilizar los bloques lógicos. Teide, Barcelona, 1971.
- Didáctica de las matemáticas. Teide, Barcelona, 1971.

Exploración del espacio y práctica de la medida. Teide, Barcelona, 1973.

Enseñanza y aprendizaje de las matemática en la escuela. Paidós, Buenos Aires, 1973.

Las seis etapas en el aprendizaje de las matemáticas. Teide, Barcelona, 1977.

La matemática moderna en la Enseñanza Primaria. Teide, Barcelona, 1973.

La construcción de las matemáticas. Vicens Vives, Barcelona, 1973.

DIENES, Z.P. y GOLDING, E.W.: Los primeros pasos en matemáticas.

1. Lógica y juegos lógicos. Teide, Barcelona, 1976.

2. Conjuntos, números y potencias. Teide, Barcelona, 1976.

DOMINGUEZ, M.J., RODRIGUEZ, S.: Programas de desarrollo escolar para niños lentos. Interduc/Schroedel, Madrid, 1979.

DOURIER, P.: La construcción del Espacio. Pablo del Río. Madrid, 1980.

DUBOSSON, J.: Ejercicios de sensoriomotricidad y percepción. Paidós, Buenos Aires, 1978.

DUGAS, M., GUILLAUME, S.J. y otros: Trastornos del aprendizaje del cálculo. Fontanella, Barcelona, 1972.

FARNHAM-DIGGORY: Dificultades de aprendizaje. Moeta, Madrid, 1979.

FERNANDEZ BAROJA, F., LLOPIS, A. y PABLO DE RIESGO, C.: La dislexia. Origen. Diagnós-



- tico. Recuperación. CEPE, Madrid, 1974.
- Niños con dificultades para matemáticas. CEPE. Madrid, 1979.
- FERNANDEZ IRIARTE, J.: Educación psicomotriz en pre-escolar y ciclo preparatorio. Narcea, Madrid, 1980.
- FLAVELL, J.M.: La psicología evolutiva de Jean Piaget. Paidós, Buenos Aires, - 1976.
- FLECHER, J.M.: Didáctica de la matemática moderna. Teide, Barcelona, 1971.
- FRAISSE, P.: Psicología del ritmo. Morata, Madrid, 1976.
- FRAISSE, P. y PIAGET, J. (Comp.) Tratado de Psicología Experimental. Paidós, Buenos Aires, 1969. (9 vol.).
- FREINET, C., BEUAGRAN, N.: La enseñanza del cálculo. Laia, Barcelona, 1973.
- FUCUS, L.: El libro de la matemática moderna. Omega, Barcelona, 1968.
- FURTH, H.G. y WACHS, H.: Teoría de Piaget en la práctica. Kapeluzs, Buenos Aires, 1978.
- GABBA, A.: Matemáticas para maestros. Marymar, Buenos Aires, 1974.
- GESSEL, A.: Psicología evolutiva de 1 a 16 años. Paidós, Buenos Aires, 1974.
- GINSBURG, H. y OPPER, S.: Piaget y la teoría del desarrollo intelectual. Ed. PHI. Madrid, 1977.
- GIORDANO, H. y otros: Discalculia escolar. I.A.R., Buenos Aires, 1976.
- GIORDANO, H. y GIORDANO, L.: Fundamentos de la dislexia escolar. Progreso, Buenos Aires, 1974. Nuevo concepto sobre la dislexia escolar.
- GOUTARD, M.: Les enfants et les mathématiques Delechaux et Nestlé, 1967, Neuchâtel.

- GUILMAIN, E.: Tests moteurs et psychomoteurs.  
 Foyer Central d'Hygiene, Paris, 1948.
- GUILMAIN, E. y GUILMAIN, G.: L'activité psychomotrice de l'enfant. Librairie Vigne, París, 1971.
- GLASSER, A.T. y ZIMMENMAN, I.L.: WISC. Interpretación de la Escala de Inteligencia de Wechsler para niños. T.E.A., Madrid, 1977.
- HANKE, B., HUBER, G.L. y MANDL, H.: El niño agresivo y desatento. Kapelusz, Buenos Aires, 1979.
- HARRON, A.: Taxonomía del dominio psicomotor. El Ateneo, Buenos Aires, 1978.
- HASAERTS, E. y VAN GEERTRUYDEN, V.: Trastornos del aprendizaje del cálculo. Fontanella, Barcelona, 1972.
- HARRIS, I.D.: Barreras emocionales contra el fracaso escolar. Un estudio de las razones del fracaso escolar. Diana, México, 1977.
- HECAEN, H.: Afasia y apraxia. Paidós, Buenos Aires, 1977.  
Las perturbaciones de la percepción. Paidós, Buenos Aires, 1976.
- HOLLOWAY, G.: Introducción a la geometría en el niño según Piaget. Paidós, Buenos Aires, 1978.  
Introducción al espacio en el niño. Paidós, Buenos Aires, 1968.
- I.E.P.S.: Matemáticas ¿Un nuevo modo de pensar? Narcea, Madrid, 1979.  
El juego y el material didáctico en el aprendizaje de las matemáticas. Narcea, Madrid, 1979.
- INHELDER, B. y PIAGET, J.: El diagnóstico del razonamiento en los débiles mentales. (2 vol.) Nova Terra, Barcelona.

1971.

- INHOLDER, B., SINCLAIR, H y BOVET, M.: Aprendizaje y estructuras del conocimiento. Morata, Madrid, 1975.
- ISAAC, N.: Nueva luz sobre la idea del número en el niño. Paidós, Buenos Aires, 1975.
- El desarrollo de la comprensión en el niño según Piaget. Paidós Buenos Aires, 1967.
- JADOUILLE, A.: Aprendizaje de la lectura y dislexia. Kapelusz, Buenos Aires, 1966.
- JAULIN-MANNONI, F.: Las cuatro operaciones básicas de las matemáticas. Pablo del Río Editor, Madrid, 1980.
- La reeducación del razonamiento matemático. Pablo del Río. Madrid, 1980.
- Reeducation pratique du calcul. ESF. París, 1966.
- JOBUSH, W. y TAYLOR, G.: Cómo desarrollar las aptitudes psicolingüísticas. Fontanella, Barcelona, 1974.
- JORDAN, D.R.: La dislexia en el aula. Paidós, Buenos Aires, 1975.
- KEPHART, N.C.: El alumno retrasado. Miracle, - Barcelona, 1968.
- KLINE, M.: El fracaso de la matemática moderna. Siglo XXI, Madrid, 1976.
- Matemáticas en el mundo moderno. Blume, Barcelona, 1974.
- KOPPITZ, E.M.: El test quelástico visomotor para niños. Guadalupe, Buenos Aires, 1976.
- Niños con dificultades en el aprendizaje. Ed. Guadalupe, Buenos Aires, 1976.
- KOGAN, A.: Persona y cuerpo. Una aproximación psicológica y filosófica al esquema corporal. F.C.E. México, 1981

- KOUPERNIK, C.: El desarrollo psicomotor de la primera infancia. Planeta, Madrid, 1976.
- LAGRANGE, G.: Educación psicomotriz. Guía para niños de 4 a 14 años. Fontanella, Barcelona, 1976.
- Educación psicomotriz. Fontanella, Barcelona, 1978.
- LAKATOS, I.: Pruebas y refutaciones, la lógica del descubrimiento matemático. Alianza Universidad, Madrid, 1978.
- LAPIERRE, A.: Psicomotricidad en la escuela maternal. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1977.
- LAPIERRE, A. y AUCOUTURIER, B.: Los contrastes y el descubrimiento de las nociones fundamentales. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1974.
- Los matices. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1977.
- Simbología del movimiento. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1977.
- LAPIERRE, A. y AUCOUTURIER, B.: Asociación de contrastes, estructuras y ritmos. Ed. Científico-Médica, Barcelona, - 1977.
- La educación psicomotriz como terapia: "Bruno". Ed. Científico-Médica. Barcelona, 1977.
- LAWRENCE, E. y otros: La comprensión del número y la educación del niño según Piaget. Paidós, Buenos Aires, 1976.
- LE BOULCH, J.: Vers une science du mouvement humain. E.S.F., París, 1971.
- L'education par le mouvement. E.S.F., París, 1971 (trad. "La educación por el movimiento". Paidós, Buenos Aires, 1978).

- Face au Sport. E.S.F., París, 1977.
- LEBOVICE, S.: Tics nerviosos en los niños. - Miracle, Barcelona, 1967.
- LEIF, G., y DELALY, R.: Didáctica del cálculo de las lecciones de las cosas y de las ciencias aplicadas. Kapelusz, - Buenos Aires, 1961.
- LERBET, G.: La lateralidad en el niño y en el adolescente. Marfil, Alcoy, 1977.
- LEVI, S.: Problemas del desarrollo. Grijalbo, Barcelona, 1969.
- LEZINE, I.: La primera infancia. Un estudio psicopedagógico sobre las primeras etapas del desarrollo infantil. Gedisa, Barcelona, 1979.
- LOVELL, K.: El desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en el niño. Morata, Madrid, 1978.
- LOURDES, J.: Educación psicomotriz y actividades psíquicas. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1973.
- LOWEN, A.: Le langage du corps. Tchov, París, 1977.
- LURCAT, L.: El niño y el espacio. F.C.E., - México, 1979.
- LURIA, A.R.: El cerebro en acción. Fontanella, Barcelona, 1974.
- El cerebro humano y los procesos psíquicos. Fontanella, Barcelona, 1979.
- Las funciones corticales superiores del hombre. Ed. Orbe., La Habana, 1977.
- Memoria y atención. Fontanella, Barcelona, 1977.
- LURIA, A.R.: Cerebro y Lenguaje. Fontanella,

Barcelona, 1974.

Lenguaje y comportamiento. Fontanella, Barcelona, 1975.

Los procesos cognitivos. Fontanella, Barcelona, 1980.

MAIGRET, A. y DESTROOPER, J.: La educación psicomotora Morata, Madrid, 1976.

MARTI, E.: Estudios del proceso de clasificación ¿Concepción digital o analógica?". En Infancia y aprendizaje, nº 12, Madrid, 1981.

MARTINEZ LOPEZ, P. NUÑEZ, S.M.: Psicomotricidad y educación preescolar. Nueva Cultura, Madrid, 1978.

MARTINEZ MUÑIZ, B.: Causas del fracaso escolar y técnicas para afrontarlo. Narcea, - Madrid, 1980.

MANZANO, E.G.: La prueba de organización perceptiva de H. Santucci. CEPE, Madrid, 1978.

MAY, L.: Teaching mathematics in the Elementary School. The Free Press. New York, 1970.

MAZO, P.: "El examen psicomotor". En Infancia y aprendizaje nº 2, Madrid, 1979, pág. 83-92.

MAZURE, J.: El aprendizaje de la matemática moderna. Ed. Planeta, Barcelona, 1981.

MIALARET, G.: Pedagogía de la iniciación al cálculo. Kapelusz, Buenos Aires, 1974.

Las matemáticas. Cómo se aprenden. Cómo se enseñan. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1977.

L'apprentissage de la lecture. Etude psychopédagogique. P.U.F., Paris.

MIALARET, G. y otros: L'enseignement de mathématiques. P.U.F., Paris.

- MIALARET, G.: La educación preescolar en el mundo. Unesco, París, 1976.
- Ministerio de Educación y Ciencia: Proyecto de evaluación de Programas. Conexión de niveles de E.G.B. Bachillerato. Servicio de Publicaciones. Madrid, 1979.
- MOLINA DE CASTALLAT, D.: Psicomotricidad (3 vol.) Losada. Buenos Aires, 1973.
- MORENO, M. y SASTRE, G.: Aprendizaje y desarrollo intelectual. Gedisa, Barcelona, 1980.
- MUELLER, F.J.: Las nuevas matemáticas en la E.G.B. Ed. Paraninfo, Madrid, 1973.
- MUJINA, V.: Psicología de la edad preescolar. Pablo del Río, Madrid, 1978.
- MYKLEBUST, H.: Trastornos del aprendizaje. Ed. Científico Médica, Barcelona, 1971.
- N.G.T.M.: La matemática moderna para profesores de enseñanza elemental. Santillana, Madrid, 1976.
- NEWMAN, J.R.: Sigma: el mundo de las matemáticas (6 vol.) Grijalbo, Barcelona, 1979.
- NICKEL, H.: Psicología del desarrollo de la infancia y de la Herder. Barcelona, 1978, 2 tomos.
- OCDE: Los indicadores de los resultados en los sistemas de enseñanza. Publicaciones MEC, Madrid, 1976.
- OCDE: Programme moderne de mathématiques. París, Octubre, 1961.
- OCDE/CERI: L'évolution de l'éducation pré-scolaire. París, 1975.
- ORLIC, M.: Méthode de reéducation psychomotrice. E.S.F., París, 1970.
- L'éducation gestuelle. E.S.F. París, 1967.

- PARENT, P.- GONNET, D.: Los escolares con problemas. Vicens Vives, Barcelona, 1966.
- PASTORINO, C.: Iniciación a la lógica. Ejercicios de seriación y clasificación. Cuadernos Educativos, Buenos Aires, - 1977.
- PEREZ Y PEREZ, D.: Cerebro y Conducta. Salvat. Barcelona, 1974.
- Fundamentos neurológicos de la conducta. Edic. del Castillo. Madrid, 1978.
- Clasificación y etiopatología de las dislexias. Comunicación en la Ac. C. Médica, Zaragoza.
- PIAGET, J.: Etudes d'épistémologie génétiques. Presses Universitaires de France. París. 30 volúmenes aparecidos hasta la fecha, de 1957 a 1973.
- Le Jugement et le Raisonnement chez l'Enfant Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1924.
- Trad. Cast. de D. Barnés: El juicio y el razonamiento en el niño. La lectura, Madrid, 1926 y Nueva Trad. de M. Riani, Guadalupe, Buenos Aires, 1972.
- Le langage et la pensée chez l'enfant. Delachaux et Nestlé, Neuchâtel, 1923.
- Trad. cast. de D. Barnes: El lenguaje y el pensamiento en el niño. La Lectura, Madrid, 1929 y nueva trad. de M. Riani, Guadalupe, Buenos Aires, 1972.
- La représentation du monde chez l'enfant. Alcan, Paris, 1926. Trad. cast. de V. Valls y Anglés: La representación del mundo en el niño. Espasa Calpe, Madrid, 1933. Nueva Ed., Morata, 1973.
- La causalité physique chez l'enfant. Alcan, Paris, 1927. Trad. -



cast. de Juan Comas: La causalidad física en el niño. Espasa Calpe - Madrid, 1935.

Le jugement moral chez l'enfant. alcan, Paris, 1932. Trad. cast. de J. Comas: El Juicio moral en el niño. Beltrán, Madrid, 1935. Nueva trad. de M. Vidal: El criterio moral en el niño. Fontanella, Barcelona, 1971.

La construction du réel chez l'enfant. Delachaux et Nestlé, Neuchâtel, 1937, Trad. cast. de M. Arruñada: La construcción de lo real en el niño. Proteo, Buenos Aires, 1965.

Classes, relations et nombre. Vrinm Paris, 1942.

La formation du symbole chez l'enfant. Delachaux et Nestlé, Neuchâtel 1946. Trad. Cast. de J. Gutiérrez: La formación del símbolo en el niño. F.C.E. México, 1961.

"Les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent". En Osterriet, P.A., Piaget y Otros: Le problème des stades en psychologie de l'enfant. Paris, P. U.F., 1956, pág. 33-42. Trad. cast. de E. Hombria: Los estadios en la psicología del niño. Lautaro. Buenos Aires, 1963.

Psychologie et Pédagogie. Edit. Denoël, Paris, 1969, Trad. cast. de F. Fernández Buey, Psicología y Pedagogía. Ariel, Barcelona, 1971.

Le mecanisme du développement mental et les lois du groupement des opérations. Esquisse d'une théorie opératoire de l'intelligence". Archives de Psychologie, 1941, 28. Trad. cast. de J. Delval: El mecanismo del desarrollo mental. Ed. Nacional, Madrid, 1975.

La naissance de l'intelligence chez l'enfant Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1959. Trad. cast. de L. F.

Cancela. El nacimiento de la inteligencia en el niño. Aguilar. Madrid, 1972.

Introduction a l'epistémologie Genetique. (3 Vol.). Presses Universitaires de France, París, 1950, Trad. cast. de V. Fischman.

Introduction a la epistemología genética (3 vol.). Paidós, 1975.

Vol. 1: La pensée mathématique (El pensamiento matemático).

Vol. 2: La pensée physique (El pensamiento físico).

Vol. 3: La pensée biologique, la pensée psychologique et la pensée sociologique (El pensamiento biológico, el pensamiento psicológico y el pensamiento sociológico).

La développement de la notion de temps chez l'enfant. Presses Univ. de France, París. 1946, Trad. cast. de V. M. Suárez y J. Utrilla.

El desarrollo de la noción de tiempo en el niño. F.C.E., México, 1978.

La psychologie de l'intelligence. A. Colin, París, 1947. Trad. Cast. de J.C. Foix: Psicología de la inteligencia. Psique, Buenos Aires, 1968.

Play, dreams and imitation in childhood. Norton, New York, 1951.

L'équilibration des structures cognitives. Problème central du développement. Presses Univer. France, París, 1975, Trad. cast. de E. Butos:

La equilibración de las estructuras cognitivas. Problema central del desarrollo. Siglo, XXI, Madrid, 1978.

Six études de psychologie. Ed. Gon-

thier, Ginebra, 1964. Trad. cast. de N. Petit: Seis Estudios de Psicología. Seix Barral, Barcelona, - 1977.

Biologie et connaissance, essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs. Gallimard, Paris, 1967. Trad. cast. de F. G. Aramburu: Biología y conocimiento. Ed. Siglo XXI, México, 1977.

Le comportement, moteur de l'évolution. Gallimard, Paris, 1976. Trad. cast. I. Pardo: El Comportamiento motor de la evolución. Nueva Visión, Buenos Aires, 1977.

Traité de logique. Essai de logique opératoire. Dunod, Paris, - 1972.

Les mécanismes perceptifs. P.U.F., Paris, 1961.

Etudes sociologiques: l'explication en sociologie (1951); Essai sur la théorie des valeurs qualitatives en sociologie statique (1961). Les opérations logiques et la vie sociale (1954); Les relations entre la morale et le droit (1944). Droz, Ginebra, 1965.

L'épistémologie génétique. P.U.P. Paris, 1970.

Psychologie et épistémologie. Denoël, Paris, 1970. Trad. cast. de F. Fernández Buey: Psicología y epistemología. Ariel, Barcelona, 1971.

Epistémologie des sciences de l'homme. Gallimard, Paris, 1972.

Adaptación vital y psicología de la inteligencia. Siglo XXI, Madrid, - 1980.

PIAGET, J. e INHELDER, B.: Le développement des quantités physiques chez l'enfant. Conservation et atomisme. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1962. Trad. Cast. .

de G. Sastre: El desarrollo de las cantidades en el niño. Nova Terra, Barcelona, 1971.

La representation de l'espace de l'enfant. P.U.F., Paris, 1947.

La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant P.U.F., Paris, 1951.

La psychologie de l'enfant. P.U.F. Paris, 1966. Trad. cast. de J. Hernández: Psicología del niño. Morata, Madrid, 1977.

De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent. P.U.F., Paris, 1955.

"Les images mentales" en Fraisse y Piaget (Edis) (1963-1966), Vol. - VII. Trad. Cast.

La genèse des structures logiques élémentaires. Classifications et sériations. Delachaux et Niestlé. Neuchâtel, 1959. Trad. cast. M. Riani: La génesis de las estructuras lógicas elementales. Clasificaciones y seriaciones. Ed. Guadalupe, Buenos Aires, 1971.

Memoire et intelligence. P.U.F. Paris. Trad. Cast. de M. Cheret:

Memoria e inteligencia. El Ateneo, Buenos Aires, 1972.

L'image mentale chez l'enfant. P.U.F. Paris, 1966.

PIAGET, J.- INHELDER, B., y SZEMINSKA, A.: La géométrie spontanée chez l'enfant. P.U.F., Paris, 1948.

PIAGET, J. y SZEMINSKA, A.: La genèse du nombre chez l'enfant. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1941. Trad. cast. de M. Riani: Génesis del número en el niño. Guadalupe, Buenos Aires, 1967.

PIAGET, L.- INHELDER, B.- GARCIA, R. y VONECHES, J.: Homenaje a J. Piaget. Epistemología ge-

nética y Equilibración. Fundamen-  
tos, Madrid, 1981.

PIAGET, J. y otros:

Del idealismo físico al idealismo bio-  
lógico. Anagrama, Barcelona, 1972.

Logique et connaissance scientifi-  
que. Gallimard, París. Traduc. cast.  
de M. Prelooker: Tratado de lógica  
y conocimiento científico. (VII Vol.).  
Paídos, Buenos Aires, 1979.

La composition des forces et le pro-  
blème des vecteurs. P.U.F., París,  
1973. Trad. cast. de D. Blasco: La  
composición de las fuerzas y el pro-  
blema de los vectores. Morata, Ma-  
drid, 1975.

L'Epistemologie du temps. P.U.F. Pa-  
ris, 1970. Trad. cast. de J. Siro-  
li: La epistemología del tiempo. El  
Ateneo, Buenos Aires, 1971.

Les processus d'adaptation. P.U.F.  
París, 1968. Trad. cast. de H. Ace-  
vedo: Los procesos de adaptación.  
Proteo, Buenos Aires, 1970.

L'explication dans les sciences.  
Flammarion Editeur, París, 1973.  
Trad. cast. de J. Dalmau: La ex-  
plicación en las ciencias. Martí-  
nez Roca, Barcelona, 1977.

La prise de conscience. P.U.F. Pa-  
ris, 1974. Trad. cast. de L.H. Al-  
fonso: La toma de conciencia. Mo-  
rata, Madrid, 1976.

Recherches sur la contradiction.  
P.U.F. París, 1974. Trad. cast. de  
J. Del Val y M. Carretero: Inves-  
tigaciones sobre la contradicción  
Siglo XXI, Madrid, 1978.

Tendances principales de la recher-  
che dans les sciences sociales et  
humaines-Partie: Ciencias sociales  
Unesco, París, 1970. Trad. Cast. de  
P. Castillo: Tendencias en la in-  
vestigación de las ciencias socia-  
les. Alianza, Madrid, 1973.

- PIAGET, J. y GARCIA, R.: Les explications causales. P.U. F. París, 1971, trad. cast. de E. Póliza: Las explicaciones causales. Seix Barral, Barcelona, - 1973.
- PIAGET, J. y BETH, E.W.: Epistémologie mathématique et Psychologie. Essai sur les relations entre la logique formelle et la pensée réelle. P.U.F., París, 1961, Trad. cast. de V. Sánchez de Zavala: Epistemología matemática y psicología. Grijalbo, Barcelona, 1980.
- PIAGET, J. y Otros: La enseñanza de las matemáticas modernas. Aguilar, Madrid, 1971.
- PINOL-DOURIER, M.: La construcción del espacio en el niño. Pablo del Río, Madrid, 1980.
- PICQ, L., y VAYER, P.: Educación psicomotriz y retraso mental. Ed. Científico Médica, - Barcelona, 1977.
- POLYA, G.: Cómo plantear y resolver problemas. Trillas, México, 1975.
- Psychologie et epistemologie génétique. Themes piagétians. Dunod, París, 1966. Trad. cast. de H. Acevedo: Psicología y epistemología genéticas. Temas piagetianos. Proteo. Buenos Aires, 1970.
- PRADA, D. y Otros: La matemática del preescolar. 1º y 2º de E.G.B., Publicaciones - del M.E.C., Madrid, 1978.
- PULASKI, M.A.: Para comprender a Piaget. Península, Barcelona, 1975.
- QUINTANA, J.M.: "Matemática moderna en E.G.B.". En Cuadernos de pedagogía. nº 64, Barcelona, 1980.
- QUINTERO, M. y BARREDI, C.: "El cálculo vivo". En Cuadernos de Pedagogía, nº 69, Barcelona, 1980.
- QUIROS, J. y DELLA CELLA: La dislexia en la niñez. Buenos Aires, 1976.

- QUIROS y otros: Los grandes problemas del lenguaje infantil. Casa Ares, Buenos Aires, 1975.
- RAMAIN, S. y FAJARDO, G.: Perception de soi par l'attitude et le mouvement. Epi, París, 1977.
- RAMOS, F.: Introducción a la práctica de la educación psicomotriz. Fundamentos teóricos y prácticos de Psicomotricidad. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1980.
- Educación psicomotriz. Algunos planteamientos críticos. En Cuadernos de pedagogía, nº 52, pág. 27-31, Abril, 1979.
- RECHER, A.: Experiencie de theapie psychomotrice. Masson, París, 1977.
- REVUZ, A.: Mathematique moderne, Mathematique vivante. O.C.D.L., París, - 1975.
- La nueva matemática. Salvat, Barcelona, 1975.
- REY, A.: Epreuves d'intelligence pratique et de psychomotricité. Delachaux et Niestlé, Neuchâtel, 1975.
- RIEN, Ch. y FREY-KEROMEDAN, M.: De la motricidad a la escritura. Kapelusz, Madrid, 1977.
- ROANES, E.: Matemáticas para profesores de E.G.B. Anaya, Salamanca, 1973.
- ROSSEL, G.: Manual de educación psicomotriz. Toray-Masson, Barcelona, 1975.
- ROBIN, E.: Las dificultades escolares. Mirasol, Barcelona, 1976.
- ROY, J.- AMADO, G.: La observación de los niños difíciles. Narcea, Madrid, 1971.
- SAUVY, J.: El niño ante el espacio. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1980.
- SINCLAIR DE ZWART, H.: Acquisiton du langage et developpement de la pensée. Dunod, París,

1967.

Trad. cast. Adquisición del lenguaje y desarrollo de la mente. Oikos Tau, Barcelona, 1978.

SIVADON, P., GANTHERET, E.: La reeducation corporalle des fonstions mentales. E.S.F.; París, 1973.

SKEMP, R.: Psicología del aprendizaje de las matemáticas. Morata, Madrid, 1980.

SOLER, E.: Estrategia de recuperación escolar individualizada. Noguer, Madrid, 1978.

SOUBIRAN, G.B. y MAZO, P.: La educación psicomotriz y los problemas escolares. Ed. Médica y Técnica, Barcelona, 1980.

STAMBAK, M.: Tono y psicomotricidad. Pablo del Río Editor. Madrid, 1978.

STAMBAK, M.: L'echec scolaire a l'ecole élémentaire inadaptation de l'ecole on inadaptation de l'enfant. Cahiers de Psychologie, nº 15, París, 1972.

SUADEAU, R.: Los nuevos métodos de educación - física. Paidós, Buenos Aires, 1972.

TASSET, J.M.: Teoría y práctica de la psicomotricidad. Paidós, Buenos Aires, 1975.

TOMATIS, A.: La dislexia. Publicaciones del - centro del lenguaje. Madrid, 1975.

Educación y dislexia. CEPE, Madrid, 1979.

VALENT, R.E.: Tratamiento de los problemas de aprendizaje. Cincel Kapelusz, Madrid, 1980.

VARIOS: "Educar el cuerpo". Suplemento nº 11 de Cuadernos de Pedagogía, nº 52, Barcelona, 1979.

Dificultades del aprendizaje escolar. Ed. Delta, Montevideo, 1972.



- VARIOS: La génesis del lenguaje. Su aprendizaje y desarrollo. Pablo del Río, Madrid, 1978.
- La primera educación. Guía del maestro de cero a seis años. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1980.
- El ciclo inicial en la Educación básica. Santillana, Madrid, 1981.
- Medio y desarrollo. La influencia del ambiente en el desarrollo infantil. Pablo del Río, Madrid, 1979.
- VAYER, P.: El diálogo corporal. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1972.
- El niño frente al mundo. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1973.
- VAYER, P. y DESTROOPER, J.: La dinámica de la acción educativa en los niños inadaptados. Ed. Científico-Médica, Barcelona, 1979.
- VIAC, M. y otros: Los malos alumnos. Narcea, Madrid, 1970.
- VIDAL ABASCAL, E.: La nueva matemática. Dossat, Madrid, 1963.
- VILANOVA, J.: Nivel escolar. Recuperación y desarrollo de la memoria. CEPE, Madrid, 1980.
- La recuperación de la atención. Nivel escolar. CEPE, Madrid, 1979.
- VOGT, W.: Estimulación del movimiento. Ed. Schroedel, Madrid, 1978.
- WALL, W.D.: El fracaso escolar. Paidós, Buenos Aires, 1970.
- WALLIN, J.E. y otros: El niño deficiente físico y mental. Paidós, Buenos Aires, 1979.
- WALUSINSKI, G.: Pourquoi une mathématique moderne? Ed. Armand Colin, París, 1970.
- WALLON, H.: Les origines de la pensée chez l'en-

fant. Presses Univer. de France, 1963, París. Trad. cast. de D. Douthar, E. Daró y H. Acevedo: Los orígenes del pensamiento en el niño (2 Vol.). Nueva Visión, Buenos Aires, 1976.

De l'acte a la pensée. Flammarion París, Trad. cast. de E. Dukelsky: Del acto al pensamiento. Psique, Buenos Aires, 1978.

Le origines du caractère chez l'enfant. Les préludes du sentiment de personnalité. P.U.F., París, 1934. Trad. cast. M. Arruñada: Los orígenes del carácter en el niño. - Nueva Visión. Buenos Aires, 1977.

L'évolution psychologique de l'enfant. A. Colin, París, 1968. Trad. cast. de M. Pacheco: La evolución psicológica del niño. Grijalbo, - Barcelona, 1976.

Psicología del niño. Una comprensión dialéctica del desarrollo infantil. Col. de textos por Jesús Palacios. Pablo del Río-Editor, Madrid, 1980 (2 vol.).

WAQUER, R.: La dislexia y su hijo. Diana, Madrid, 1979.

WEINER, I.B. y ELKIND, D.: Desarrollo normal y anormal del escolar. Paidós, Buenos Aires, - 1976.

WECHSLER, D.: Escala de inteligencia Wechsler para niños, individual. Manual Moderno.

Test de inteligencia adultos. Paidós, Buenos Aires, 1971.

Test de inteligencia niños. Paidós Buenos Aires, 1972.

WECHSLER, R.H.: Fundamentos del desarrollo mental. UTEHA, México, 1971.

WERNER, P.: Psicología comparada del desarrollo mental. Paidós, Buenos Aires, 1965.

- YELA, M.: Prólogo del libro de Glasser y Zimerman: "WISC, interpretación clínica de la escala de inteligencia de Wechsler para niños" - T.E.A., Madrid, 1972.
- ZAZZO, R. y cols.: Manual para el examen psicológico del niño. (2 vol.). Fundamentos, Madrid, 1971.
- ZAZZO, R.: Un grand passage: de l'école maternelle a l'école élémentaire. P.U.F., París, 1978.
- "La adaptación escolar. Un estudio experimental". Rev. Infancia y Aprendizaje. nº 1. Madrid, 1977.

